Volume 1 Number 2 December 2015

EDiMaST

Experiences of Teaching with Mathematics, Sciences and Technology

Expériences pédagogiques avec les mathématiques, des sciences et de la technologie
Experiencias Educativas con Matemáticas, Ciencia y Tecnología
Esperienze Didattiche con Matematica, Scienze e Tecnologia

www.edimast.it

ISSN 2421-7247 (online)

Experiences of teaching
with Mathematics, Sciences and Technology

Esperienze Didattiche con Matematica, Scienze e Tecnologia
Experiencias Educativas con Matemáticas, Ciencia y Tecnología
Expériences pédagogiques avec les mathématiques, des sciences et de la technologie

Volume 1, Number 2, December 2015

ISSN 2421-7247 (online)

The Journal is issued online three times per year (April, August and December).

EDIMAST is an Open Access Online publication. This means that everybody can free access online to abstracts and full-length articles.

Anyone involved in the teaching of mathematics, sciences and technology is welcome to contribute.

EDIMAST is an international scientific journal and welcomes articles in English, Italian, Spanish and French.

Publish on EDIMAST has no costs for the papers' author.

For more information visit
www.edimast.it

To the authors:
paper can be addressed to:
edimast@gmail.com

Intuitive Geometry by Emma Castelnuovo: still contemporary in the digital devices' era

Andrea Maffia, Marco Pelillo

Abstract *Emma Castelnuovo has been one of the most influent innovators of the Italian mathematics Education. She published for the first time her book "Intuitive Geometry" in 1949, by which she presented a completely new perspective of geometry teaching/learning. Castelnuovo's work had a strong impact on mathematics education. Nowadays, educational innovation is often confused with the use of digital devices; so it would seem that intuitive geometry by Castelnuovo, based on material models manipulation, is destined to have no more room in our classes. In this paper, we support the opposite conclusion: dynamic geometry softwares allow performing those explorations, which have always been promoted by Castelnuovo but with some differences. A classroom activity in grade 6 is used as example to support our conclusion.*

Key words *Castelnuovo, DGS, GeoGebra, Intuitive geometry.*

Sommario *Emma Castelnuovo è stata forse una delle più influenti innovatrici della didattica della matematica in Italia. Nel 1949 pubblicò, per la prima volta, la sua opera "Geometria Intuitiva" in cui presentava l'insegnamento/apprendimento della geometria euclidea con un volto completamente nuovo rispetto a quello tradizionale. L'opera della Castelnuovo ha avuto un impatto fortissimo sulla didattica della matematica. Attualmente l'innovazione didattica viene spesso confusa con l'uso di strumenti digitali; pertanto potrebbe sembrare che la geometria intuitiva della Castelnuovo, basata sulla manipolazione di oggetti concreti, sia destinata a non aver più spazio nelle nostre classi. Nell'articolo si difende invece la tesi opposta: i software di geometria dinamica permettono molte di quelle esplorazioni che la Castelnuovo ha sempre promosso, ma con alcune differenze. Un'attività svolta in una classe prima di scuola secondaria di primo grado servirà da esempio a supporto della tesi.*

Parole chiave *Castelnuovo, GeoGebra, Geometria intuitiva, Software di geometria dinamica.*

Intuitive geometry by Emma Castelnuovo

Emma Castelnuovo (1913-2014) was a teacher of mathematics in middle school. She was born in Rome, her father was Guido Castelnuovo and his uncle was Federigo Enriques; both of them were very well known mathematicians and spent their energies for the development of education in mathematics. Due to the Italian racial laws, she could start her activity as a teacher only after the Second World War and she soon started to dedicate her effort for the improvement of mathematics teaching at the time. One of her most famous publication is "Intuitive Geometry" (Castelnuovo, 1949-1964) a textbook in which her methods for geometry teaching and learning are articulated in many different tasks, constructions, exercises. She defines her method as *continuous*, because it is based on students' previous knowledge, and *active*, because of the usage of experiments and the involvement of students' discoveries (Furinghetti, Menghini, 2014).

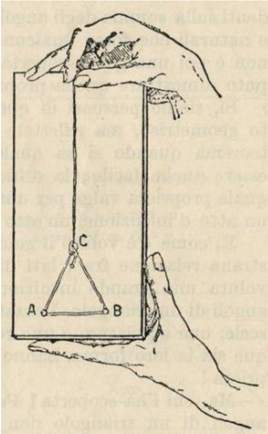
Intuitive Geometry, as it is described by Castelnuovo, is characterized by the high connection with reality, the frequent use of manipulatives of different kinds (as folding cards, strips, cords …) with the aim of leading students to their own discoveries of the geometrical shapes' properties. Her view of intuitive geometry is clarified from the very first lines of the introduction, in which she stresses that

> " […] We begin from material experiences and from the construction of models with the aim to elicit the figure's image; but the child's attention will not be focused on the model but on the processes which conducts to a particular construction and on those which can be performed changing some elements of the already made model. Such experiences and processes will made the children more and more aware of the

> limit of the concreteness. In such a way he will be led, almost by himself, to detach from the tangible constructions to arrive, through the consideration of continuously variable figures and in particular of the "limit" cases, to the generalization of a property and so to abstraction. (Castelnuovo, 1964, p.III)

It is interesting to notice that this idea of intuitive geometry is never contrasted to deductive geometry. In the book it is specified that the use of models has the aim of letting the pupils experience the intuition, which usually precedes the formal proof and that creates the need of the proof itself.

To better understand what is meant by the former words, an extract from the book is here transcribed:

> Su una tavoletta, di dimenioni scelte a piacere (fig. 177), siano piantati due chiodi A e B. Attorno ai chiodi passa un elastichino, di cui un ramo viene tirato, con uno spago fissato nel punto di mezzo, in direzione perpendicolare alla congiungente i chiodi (che è realizzata dall'altro ramo dell'elastico).
>
> 
>
>
>
> Fig. 177.
>
> Si ottengono così tanti triangoli isosceli di base fissa AB e vertice C variabile. Questi triangoli hanno tutti la stessa base mentre l'altezza relativa alla base varia al variare della forza con cui si tira l'elastichino. È interessante studiare gli angoli di questi triangoli al variare dell'altezza. Se si immagina di partire dal triangolo più grande che si può realizzare sulla tavoletta e di allentare a poco a poco lo spago, l'angolo al vertice $\hat{C}$ diventa sempre più grande mentre gli angoli alla base $\hat{A}$ e $\hat{B}$ diventano sempre più piccoli: se dunque due angoli di un triangolo diminuiscono, il terzo aumenta; e viceversa. Ciò significa che deve esistere una relazione fra i tre angoli del triangolo.
>
> Si riesce a intuire quale sarà questa relazione considerando i casi "limite", cioè sia il caso in cui il punto C va a cadere sulla base, sia il caso in cui lo stesso punto si allontana indefinitivamente da questa. Notiamo infatti che a mano a mano che il vertice C si avvicina alla base, gli angoli alla base tendono a zero mentre quello al vertice tende a un angolo piatto; la somma degli angoli tende perciò a un angolo piatto. Se invece il vertice C si allontana dalla base – e, col pensiero, distaccandosi ormai dall'esperienza materiale, possiamo immaginare che la sua distanza dalla base aumenti all'infinito – gli angoli alla base tendono ad angoli retti mentre quello al vertice tende a zero. Anche in tal caso, dunque, la somma degli angoli tende a un angolo piatto [1]. (Castelnuovo, 1964, p.89)

As it can be noticed, the use of the model (made from simple materials as a rubber band, cord and nails) is conceived as a way to discover the sum of the angles of a triangle through the study of many different triangles obtained by a continuous modification of ABC. The observation of the changing amplitudes leads to conjecture that there is a relation between the three angles, but it is only by the study of the limit cases (eventually imagining them) that it is possible to realize that the sum is exactly a straight angle.

Intuitive geometry in the digital devices' era

In her works, Emma Castelnuovo stresses the fact that the usage of models differs from the drawing of the geometrical shapes because this last representation is fixed, while models can be handled, doing and undoing them, studying a potential infinity of different shapes (Castelnuovo, 1963; 1964; 2008). The limit of drawing seemed to be overcome when geometrical figures appeared on the computer screen and Dinamic Geometry Software (DGS), which can be found in the mathematics classrooms all over the world. With DGS we mean those kind of softwares which afford concur to create images of lines, shapes and eventually solid figures but also to move them or some of their parts. This software generally respects the axioms of Euclidean Geometry and allows compass and ruler constructions preserving the construction properties even through movements of the geometrical entities and their constitutive parts. Another common feature consists in the possibility to show the trace of objects' movement.

The first DGS was Cabrì-Geometre, launched in 1988, but many different analogous softwares appeared on the market in many different languages (Sträßer, 2002). The usage of these kind of software spread widely and fast in schools but also in research: At least for Geometry in secondary schools (grade 5 to 10), it is definitely the type of software of which research offers most insights about (Hollebrands et al., 2007).

Everybody appears to be very enthusiastic about the role DGSs can play in the process of teaching/learning geometry: Figures become continuously dynamic allowing for that kind of exploration which was recognized as impossible on paper. Hence, a DGS appears as a perfect alternative to Castelnuovo's models. Nowadays some DGS are also downloadable from the internet for free, so the effort made by the teacher to obtain this tool is very much smaller than the one needed to construct a model. Starting from these premises, the era of concrete models seems to arrive at its end, leaving the scene to digital devices.

Naturally, a question arises: from the didactical, pedagogical and cognitive point of view, are the use of material models and the use of DGS equivalent in the classroom activity?

This is a very big question, which would require the analysis of many piece of research and maybe many theoretical insights. Here we just want to share some thoughts, to make clear our position and in order to be more concrete as possible (avoiding simple speculation) we present below an example of class activity on which we develop further our discussion in the last section of this paper.

An example: relationships between sides and angle of triangles

With the aim to make some reflection about the question posed in the last section, we describe and analyze two lessons in which a DGS (GeoGebra) is involved. The lessons are thought in a sixth grade and lasts for 50 minutes each one; the teacher is the second author of this paper. The aim of such classes is to study the relationships among the length of a triangle's sides and the amplitude of the opposite angles.

In the first lesson, pupils work in couples on the computer. Each couple has to work on GeoGebra following these tasks:

1- draw three points named A, B and C;
2- link the three points in order to get a triangle;
3- use the command  to point out the angles of the triangle with their name and measure (pay attention: α has to be the angle with vertex in A, β has to be the angle with vertex in B, γ has to be the angle with vertex in C);
4- move A, B, C in order to make AB the longest side of the triangle and use the symbols =, <, > to order the amplitudes of α, β, γ;
5- move A, B, C in order to make BC the longest side of the triangle and use the symbols =, <, > to order the amplitudes of α, β, γ;
6- move A, B, C in order to make ABC an isosceles triangle (AB = BC) and use the symbols =, <, > to order the amplitudes of α, β, γ;
7- move A, B, C in order to get ABC an equilateral triangle (AB = BC = CA) and use the symbols =, <, > to order the amplitudes of α, β, γ.

Two teachers are supervising the students' work, helping them when required although it would not be the first experience in the use of GeoGebra for these pupils. In particular, the activity of one couple of students is recorded: both the screen and students movements and speech are video-recorded as shown in figure (see Fig. 1).

The two students (M. and F.) use to be generally quite brilliant and talkative during mathematics classes but their attitudes show some differences: M. is very thoughtful while F. is used to be more instinctive and to show a more pragmatic approach during the learning process.

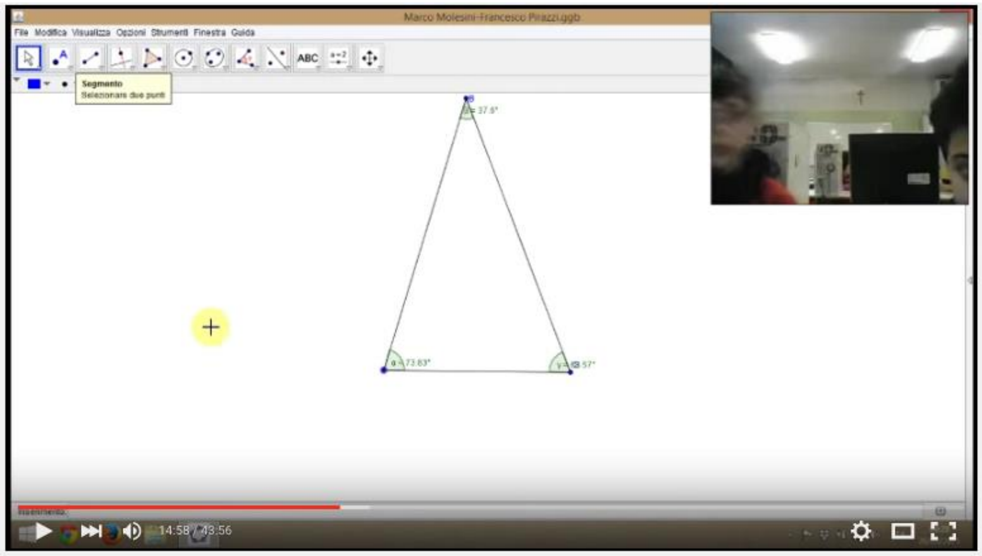
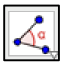


Fig. 1- M. and F. screen recording

During the first part of the activity F. holds the mouse of the computer; both students show some difficulties in finding the right commands in the software and F. tries to check randomly the functions of GeoGebra. In particular it is not a problem for them to draw the triangle ABC but they do not know how to use the command . The first difficulty is related to the correct choice of the three points needed to draw the angle (the second point has to correspond to the vertex of the angle); the second difficulty is in the right choice of the order (clockwise or counterclockwise) to select the three points in order to avoid that the drawn angles is explementary to the desired one. When these obstacles are overcome by a trial and error process, M. and F. write on the paper the relation between the angles when the side AB is the longest one (task n° 4).

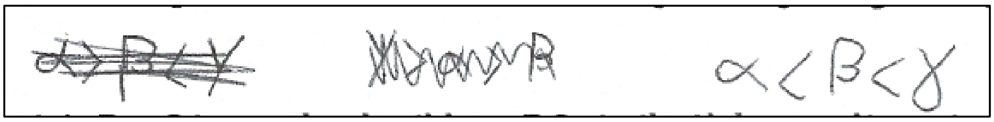


Fig. 2- M. and F. inscriptions on the paper

As shown in figure (see Fig.2), the use of symbols =, <, > changes gradually but students do not seem yet conscious that the only invariable relationship among angles (when AB is the longest side) is that γ is bigger than α and β while there is not a fixed relationship between these last two angles.

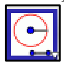
A second interesting issue emerge from the work of M. and F.: a difficulty in drawing an isosceles triangle (task n° 6) using the software.

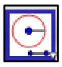
Pupils control the correctness of the drawn shape comparing the two angles that have to have the same amplitude. By the movement of the free points A, B, C in the plane they reach a *quasi-isosceles* triangle but the two angles continue to differ (in the decimal places of the amplitude) after each effort to fix the shape. When the boys seem to surrender to the impossibility to draw a perfect isosceles triangle, something happens:

M: It’s not possible, anyway…

F: Let’s call the teacher! …. Teacher! Please, come!

M: (talking to himself) …or you can use a specific construction for isosceles triangles….

From that moment, the behaviours of the two students diverge drastically. F. is waiting for the teacher who is helping another couple of students while M. tries to follow a different strategy consisting in checking other commands of GeoGebra that could help to draw a "real" isosceles triangle. M.'s exploration of the software begin from the command  (compass): he points the cursor on one of the vertexes at the base of the triangle. This procedure recalls some similar strategy to draw specific triangles by the use of ruler and compass [2] on paper but M. is not able to go on with this strategy. Quite soon, another attempt brings to a more successful solution: M. remembers the use of the perpendicular bisector of a segment to control the symmetry of a shape and explores the commands of GeoGebra in a targeted search of another strategy. When he finds the command (Perpendicular bisector ) he draws the perpendicular bisector of the base of the triangle and tries to put the third vertex on it. Even in this case the triangle is not "really" isosceles. This strategy is completed when the teacher suggests to M. and F. to draw again the shape starting from the perpendicular bisector of the base and *then* drawing the third vertex of the triangle as fixed on that perpendicular bisector.

In the case of the equilateral triangle (task n° 7) M. and F. choose a hybrid strategy: the third vertex of the triangle is fixed on the perpendicular bisector of a segment (that may show the awareness of the pupils that the equilateral triangle is a particular isosceles triangle); then they recover the use of the command  to locate exactly the third vertex.

It is interesting to notice that the students do not know the existence of a specific way to fix a point on the intersection of two curves, so they resort to the expedient of progressively zooming the image to be sure the point falls in the "exact" position, as shows in figure (see Fig. 3).

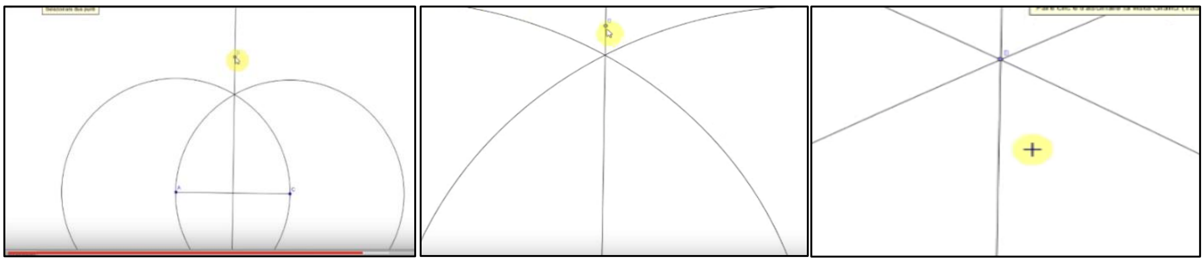


Fig. 3 - M. and F. use of the zoom

The second lesson takes place in the classroom one week after the previous one. A traditional blackboard and an interactive one equip the room. The interactive screen is used to recall the different steps of the work done on GeoGebra by the couples in the computer lab; the blackboard is used by the teacher to fix shared ideas and conclusions emerging from students during the discussion, as shown in figure (Fig. 4). The whole lesson (lasting one hour) is video-taped from the backside of the classroom.

The recalling of the phases of the previous activity allows to share conclusions and to compare representations; in particular relationships as $\alpha<\beta<\gamma$ and $\gamma>\beta>\alpha$ are identified as equivalent while different solutions, as $\alpha<\beta<\gamma$ and $\beta<\alpha<\gamma$, are found by different groups of students. These differences let emerge the possibility of different kinds of shapes under the same condition (AB is the longest side of the triangle). The first shared conclusions written on the blackboard are then:

"If AB is the longest side, than the angle γ is the biggest one" and "If BC is the longest side, than the angle α is the biggest one".

The comparison of the statements brings to a more general conclusion:

"The longest side opposes the widest angle".

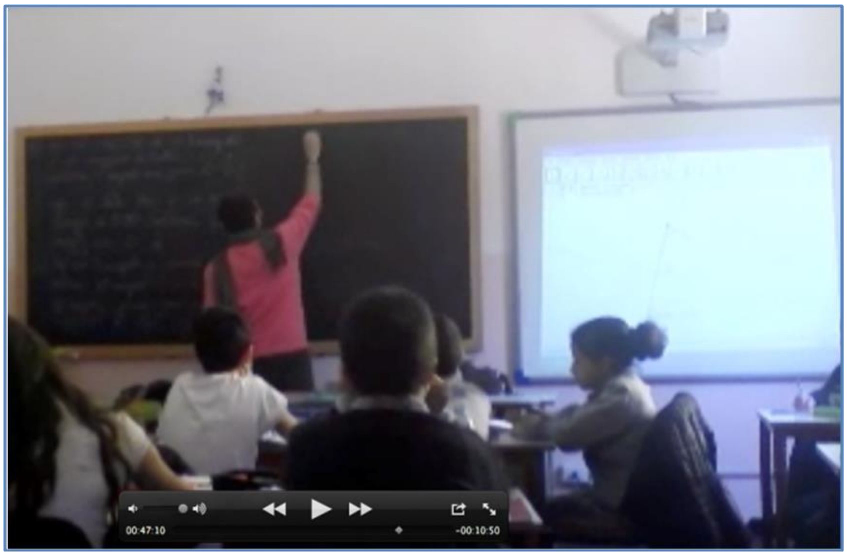


Fig. 4 - The teacher transcribes the shared results on the blackboard

Even if this lesson has the aim to lead the class to this kind of shared conclusion, the simultaneous use of the traditional blackboard and the software allows for further possibilities of explorations. In particular the need to consider a limit case, during the discussion on the isosceles triangle, emerge by a girl (G).

G: (referring to the vertex C, Fig. 5) Excuse me, teacher, could you bring the vertex closer to the opposite side?

T: (moving the vertex C towards AB) In this way?

G: Yes.

T: (changing the position of the vertex C till the triangle collapses on a single line) Is it still an isosceles triangle?

Everybody: Yes

T: Well, in all these cases the triangle is still an isosceles triangle because we constructed it as isosceles.

The last part of the lesson is spent to analyse the case of the equilateral triangle; finally the conclusion of the whole activity is written on the blackboard in order to complete the previous statement:

"The longest side opposes the widest angle; equal sides oppose equal angles".

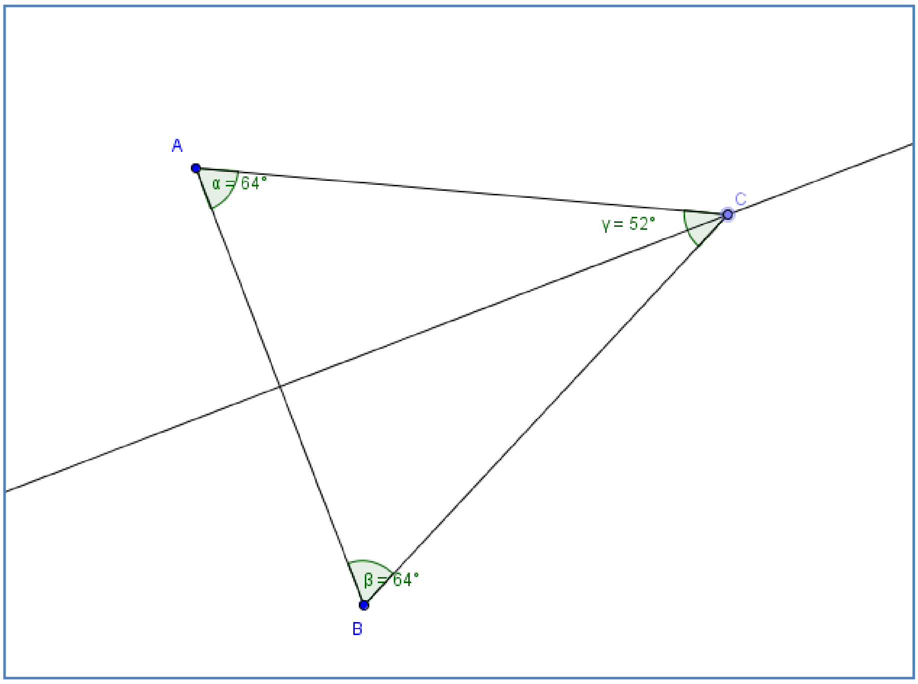


Fig. 5 – The drawing shown on the interactive whiteboard during the class discussion. The straight line is the perpendicular bisector of the side AB. C is fixed upon the straight line while A and B are free points.

Discussion and Conclusion

As promised above, in this section we share some thoughts about possible differences and similarities between a classroom activity in which a DGS is involved and Intuitive Geometry by Castelnuovo. A brief analysis of the lessons presented in the last section helps in organizing the discourse.

Looking at the activity of M. and F. using GeoGebra to solve the proposed tasks, we can recognize the explorative dimension that was promoted in the book "Intuitive Geometry". The two boys work on a specific drawn triangle that can be modified continuously; in this way it represents an entire family of triangles (those with a side longer than the others, the isosceles ones, the equilaterals ones). The fact that the inscriptions made by pupils change over time shows how their exploration is fructuous in terms of mathematical thinking. During the second lesson, the possibility to share and discuss the results obtained by the couples allows to notice what is common in different works. So, the initial sentences (which refers mainly to the particular construction analysed by the couple) became more and more abstract until all the class reached together a general final statement.

M. and F. use many commands of the software to explore the task. In particular they use the "zoom" command to see what "really" happens when the lines intersect each other. This kind of exploration is possible in every DGS but would be quite difficult (if not impossible) with physical model. The "zoom" command seems to have the potential to convince the students about the difference between a "real" isosceles triangle and a "quasi-isosceles". This appears to be a good feature of DGSs that is not shared by concrete models. On the other side, Emma Castelnuovo (1964) says that is in the limitation given by concreteness that the child feels the need for the mathematical abstractedness, but if the software does not give limits (apparently you can zoom until you want), will the pupil still feel the need of a more abstract mathematical model?

According to Andrà and Santi (2011), "Intuition can be seen as the sensuous side of intellectual-emotional activity when the activity is mediated mainly through objects, artefacts, gestures, bodily movements, deictic and generative use of natural language". These researchers (as many others) recognize the importance of the involvement of the body (including movement and gestures) in the intuitive activity. Does the interaction with the mouse of the computer give the same perceptual-motor experience, which is given by a concrete model? The answer seem to be negative. Let's think about the concrete model proposed in the quotation of the first section: It is quite similar to the construction used by M. and F. to explore the case of the isosceles triangle. But, in the case of the concrete model there is a rubber band opposing to a pull. The physical properties of the rubber can give insights about the mathematical properties of the obtained shapes (the triangle with the maximum perimeter requires the maximum strength in pulling the rubber band). This kind of feedback is not given by the DGS. On the computer screen everything is mediated by the sense of sight, the other ones are never involved and this appears as a limit for the intuition. For example, the resistance of the elastic band can suggest the limit case in which the vertex of the isosceles triangle collapses on the base. It sounds reasonable to think that this case is not naturally considered in using a DGS. The analyzed data says that this is not necessarily the case: G. looks at the screen of the interactive whiteboard and she asks the teacher to explore that particular limit case.

In conclusion, DGSs can be used within a *continuous* and *active* method as advocated by Castelnuovo (Furinghetti, Menghini, 2014). This kind of software allows exploration that would be not possible with a concrete model (the "zoom" command). But, while watching the screen, the students use just their sight; the other senses are not involved. In particular, physical feedbacks (as the pull of the rubber band) can be perceived just through the usage of concrete objects. This does not mean that the students would not feel the need to explore the limit cases, which were pointed as fundamental by Castelnuovo. While drawing on DGSs, the students transfer their knowledge about constructions through compasses and rulers; so this activity appears as a very important one in terms of educational goals. On the other side, it is easy to imagine how strong can be the role of the knowledge about geometrical properties while constructing a concrete model of a shape.

Finally, we can say that some features of Intuitive Geometry can be implemented in the activity with DGS. However, the activity with concrete models differs from the software mediated one. It does not mean that one of the two is better than the other: They can be both used to achieve important educational goals but the teacher has to be aware of the differences. In fact, one kind of proposal does not exclude the other; the teacher can choose one or the other according to the particular educational aim of the moment.

There is no claim that concrete models and dynamic instruments may be replaced by their digital copies without loss. Trivially, the digitalization of instruments allows them to become widely available: where there is an access to the Internet one can play with these models interactively. Yet a deep analysis of the changes (if any) in both didactical and cognitive processes when a concrete object is replaced by a digital copy is yet to be performed. (Bartolini et al, 2010, p.30)

The Italian Commission for Mathematical Instruction stresses that "the meaning cannot reside only in the tool neither it can emerge only through the interaction between the student and the tool. The meaning resides in the aims which the tool is used for, in the plans which are elaborated to use the tool" (UMI-CIIM, 2001). For any kind of technology (older and newer ones) it is true what Arzarello and collegues (2002) say: It is a misbelief to think "if the technology used is good, then didactics will certainly improve".

Repository of materials

Click the following link for the registered material regarding this article. These materials can be modified over time and upgraded following the evolution of the underlying ideas or / and future trials carried out by the author.

http://www.edimast.it/J/20150102/01310140MA/

Notes

1. Put two nails A and B on a little table with chosen sizes (fig. 177). A rubber band passes around the nails and one part of the band is pulled through a cord, which is fixed in the middle point, perpendicularly to the line connecting the nails (which is realized trough the other part of the rubber band). In this way, many isosceles triangles with fixed base AB are obtained and the vertex C can variate. These triangles share the same base while the height can variate when the strength used to pull the rubber band change. It is interesting to study the angles of these triangles while the height varies. If we imagine to begin from the biggest triangle which can be made on the tablet and then to leave more and more the cord, then the angle in C will become bigger and bigger while the angles at the base A and B become smaller and smaller: So if two angles of a triangle decrease, the third increases; and viceversa. That means that there is a relation between the three angles of the triangle.

We can perceive by intuition this relation by considering the "limit" cases: the case in which the point C falls on the base and the case in which that point goes far from the base. Indeed, we notice that as more the vertex C gets closer to the base, the base's angles go to zero while the one in the vertex tends to a straight angle; then the sum of the angles tends to a straight angle. If the vertex C goes far from the base – and with our thought, detaching from the material experience, we can image that its distance from the base goes to infinity – the base's angles tend to right angles while the one in the vertex tends to zero. Also in this case the sum of the angles tends to a straight angle.

2. In the Italian school, it is common for pupils to learn the drawing of basic geometric entities and shapes with the by the use of ruler and compass during Technology classes in 6th grade.

References

Andrà, C., & Santi, G. (2011). A semiotic characterization of intuitions. In B. Ubuz (Ed.) *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education.* Vol. 4, pp. 113-120. Ankara, TR.

Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D., & Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practices in Cabri environments. *ZDM, 34(3)*, 66-72.

Bartolini Bussi, M.G., Taimina, D., & Isoda, M. (2010). Concrete models and dynamic instruments as early technology tools in classrooms at the dawn of ICMI: from Felix Klein to present applications in mathematics classrooms in different parts of the world. *ZDM, 42(1)*, 19-31.

Castelnuovo, E. (1963). *La didattica della matematica*. Firenze: La Nuova Italia. Translations: Castelnuovo, E. (1968). *Didaktik der Mathematik*. Frankfurt am Mein: Akadem. Vlgs. Gesell. Castelnuovo, E. (1970). *Didáctica de la Matemática moderna*. Mexico: Trillas.

Castelnuovo, E. (1949-1964). *Geometria intuitiva*. Firenze: La Nuova Italia

Castelnuovo, E. (2008). In F. Lorenzoni (Ed.), *L'officina matematica: ragionare con i materiali*. Molfetta: La Meridiana.

Furinghetti, F., & Menghini, M. (2014). The role of concrete materials in Emma Castelnuovo's view of mathematics teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 87, pp.1-6.

Hollebrands, K., Laborde, C., & Sträßer, R. (2007). The learning of geometry with technology at the secondary level. In M. K. Heid & G. Blume (Eds.), *Handbook of Research on Technology in the Learning and Teaching of Mathematics: Syntheses and Perspectives*. Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Sträßer, R. (2002). Research on dynamic geometry software (DGS) — an introduction. *ZDM*, *34*(3), 65-65.

UMI-CIIM (2001). *Matematica per il cittadino – Matematica 2001*.

Andrea Maffia
Dipartimento di Educazione e Scienze Umane
Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia
Viale Antonio Allegri 9, 42100, Reggio Emilia, Italy
andrea.maffia@unimore.it

PhD student in Mathematics Education, he is particularly interested in the semiotic dimension of the process of learning/teaching Mathematics. His research concerns usually primary and middle school. He is involved in teacher education, in particular on longitudinal development of the Mathematics curriculum even trough different school levels. He has also worked as teacher in middle and high school and as author of textbooks for those school levels.

Marco Pelillo
Istituto Comprensivo n.5 Bologna
Via Antonio di Vincenzo 55, 40129, Bologna, Italy
pelillo.ic5@hotmail.it

Teacher of Mathematics and Science in middle school (grade 6-8), he has a master in Mathematics Teacher Education. He is actually involved in colleagues education concerning, mainly, the theme of standard evaluation in Mathematics. He also collaborates with the national institute of evaluation of the school system for the construction of the grade 8 Mathematics annual test.

Received November 16, 2015; revised November 29, 2015; accepted December 08, 2015

Simulating Real Analysis-Honors Calculus in a sociocultural context

Kyriakos Petakos

Abstact *The sociocultural theory of learning has a tremendous clout in every branch of science, especially in mathematics .We try to reveal how a real analysis class experiences the benefits of a teaching approach based on the aforementioned learning theory. Predominant concepts that motivated us to do so are the fundamental Cauchy property and the Cesaro summability*

Key words *Vygotsky, sociocultural theory, Cesaro summability, Cauchy property*

Sommario *La teoria socioculturale dell'apprendimento ha un enorme influenza in ogni ramo della scienza, soprattutto in matematica. Cerchiamo di descrivere come una classe di analisi reale sperimenta i vantaggi di un approccio didattico basato sulla teoria dell'apprendimento di cui sopra. Concetti predominanti che ci hanno motivato a farlo sono la successione fondamentale di Cauchy e la sommabilita' di Cesaro.*

Parole chiave *Vygotsky, sociocultural theory, Cesaro summability, Cauchy property.*

Introduction

A theory that originated from the Soviet school of psychology has also a great clout on the western way of thinking. The sociocultural theory, inaugurated by Vygotsky, seems to eclipse political differences and unite people characterized by a common passion, i.e. mathematics education.

In the present article, the author simulates a real analysis-honors calculus course under the influence of the theory mentioned above. Since the author did not have the opportunity to teach in any of these courses before an audience so far, he resorted to combining comments on behalf of students regarding Real Analysis problems, through internet communication, personal contact, and general policies outside the classroom he really longs for. Later, he shaped that form of hypothetical-simulated class environment, trying to incorporate as many students' comments as possible and as many of his own reflections provided to them through the above mentioned communication means.

Methodology

The theory that we stick to is the sociocultural theory developed by Vygotsky (1978, 1986) and refined and exemplified by Davydov (1975b), Kozullin (1990). Learning takes place in high priority on the social level, and its individualized component follows that in time and importance. The learners are no passive subjects to be filled with knowledge. Learners have to be active participants. The presence of a more experienced, person can really enhance and deepen learners' knowledge, which is historically known as Zone of Proximal Development according to the pioneer of this theory.

The independence of the student is not ignored, but promoted, to make learners able to cope with harder and harder situations with the passing of time. Ergo, this independence is not considered as a beginning axiom, a prerequisite (Radford, 2008) but a corollary in our beloved mathematical terminology, a result.

The author collects data from internet communication and through personal contacts, even when the students are on their vacation on the wonderful island of Rhodes. On vacation, but still under the stress of successfully passing a Real Analysis-Honors Calculus course in their curriculum studies. Isn't it a real literally social approach? Even on holidays people tend to transfer with them what seems to trouble them, notwithstanding what vacations are for. These persons provide the author with motivation to deepen his insight while Real Analysis is taught and negotiate with them face to face or through e-mails, a better didactical contract in a broader gist of the word.

Thus, he posed them the problem that follows, an inevitable exercise while teaching this stuff, to sort of measure their ability to deal with it and to test his own sociocultural attitude in an effort to ameliorate any didactical misconcepts. *P* stands for the professor and the *S*'s for the students.

Main article

Definition the sequence a_n is Cesaro summable if the limit of its running averages

$$s_n = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

exists. Prove that every convergent sequence is Cesaro summable. Moreover, its running averages converge to the same limit (MacCluer, 2006).

Solution: Suppose $a_n \to a$. Since

$$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n} - a = \frac{(a_1 - a) + (a_2 - a) + \ldots + (a_n - a)}{n}$$

it is enough to show the result when $a = 0$. Because the sequence a_n is convergent, it is bounded by a number, say *b*, i.e $|a_n| < b$ for all *n*. Let $\varepsilon > 0$ be given. Find a *p* such that $n > p$ implies $|a_n| < \frac{\varepsilon}{2}$. Ergo, for all $n > p$

$$\left|\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}\right| = \left|\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_p}{n} + \frac{a_{p+1} + a_2 + \ldots + a_n}{n}\right| < \frac{pb}{n} + \frac{n-p}{n} \cdot \frac{\varepsilon}{2} << \frac{pb}{n} + \frac{\varepsilon}{2}$$

Then choose $q > \max\left(\frac{2pb}{\varepsilon}, p\right)$ so that for $n > q$

$$\frac{pb}{n} < \frac{\varepsilon}{2}$$

and the required result follows.

Since we are supposed to act, according to James Bank's terminology (Banks and McGee-Banks, 2010), we really interchange ourselves with the students in front of us. We are just emphasizing on the expression "it is enough to show the result with $a = 0$''. A limited number of students, if any, are able to understand in a fraction of our classroom time. Either we leave it as a homework problem, which will not be of much difficulty, or we solve it on the marker board.

P Whenever we get a sequence $b_n \to b$, we want to show that

$$\frac{b_1 + b_2 + \ldots + b_n}{n} \to b$$

or equivalently

$$\frac{b_1 + b_2 + \ldots + b_n}{n} - b \to 0$$

I have already stated a formula, which dates back to earlier grades, manipulating algebraic expressions. After some time is left to the students, to work out that in their minds, someone shows up with the alacrity to write it on the blackboard.

S1 Since $b_n - b \to 0$, then it is running averages

$$\frac{(b_1 - b) + (b_2 - b) + \ldots + (b_n - b)}{n} = \frac{b_1 + b_2 + \ldots + b_n}{n} - b \to 0$$

i.e.

$$\frac{b_1 + b_2 + \ldots + b_n}{n} \to b$$

P So, you do understand the importance that a specific number so easy to handle as 0, is enough to lead us to the solution of our initial problem.

S2 That can provide us with a method, that whenever we deal with a hard situation, we usually initiate a process involving 0, and then, we try to investigate if it covers all the cases.

S1 It is really fascinating to me that what we consider it *-it is really important how students tend to conceptualize ideas-* an unimportant number, I mean it does not play an important role in any arithmetic operation, but proves to be the cornerstone in a higher level mathematics course.

It would be critical here to open a new discussion about how students really attribute importance to such rudimentary concepts as numbers. But we contain ourselves again on the sociocultural aspect of the comment that an unimportant number is of paramount importance to a different situation, (Vygotsky 1978, 1986), Davydov (1975b). It would be ineludible to focus on the association between the course we teach and the social praxis we consider it is, by mentioning how many times society has taught us that nominal things in life come to play a fundamental role.

P You need to ask yourself what kind of person you really are. Are you the type who looks at all manner of solutions, or that sort of guy, who is usually looking for a shortcut? Are you accustomed to resorting to prescribed methods closely associated to the preceding material in earlier stages, in earlier grades or do you probably consider every new exercise as a new challenge?

The shortcut culture is the most widespread when it comes to problem solutions. But there still appears in our classroom a sort of dithering in which way to follow, habitually out of diffidence whether the short way will finally prove to be correct and finally, out of lack of the appropriate experience. An experience that the American oriented system of homework tends to cultivate an effort to deepen the acquisition of the mathematical knowledge. Notwithstanding that fact, it is really a social praxis, in the Vygotskian spirit, even if we are more experienced in our field than our students, at least we believe we are, to represent the horns of a dilemma that we also have encountered as students at certain times. Our culture of the past, no matter how much affected by the rapid incorporation of the technology, it still entails feelings. These feelings are really invariant, in the pure mathematical sense of the word, due to the unchanging human nature. Ergo, even if we are much older in age than our students, we seem to approach them by sharing their juvenile conceptualization. In a sociocultural environment (Cantoral, 2013), the factor age is not a separating one, but a reinforcement of the bond between teacher and student.

S2 You probably make it sound, especially when following the taught material from previous grades, as if Real Analysis were sort of continuation of that specific elementary school class.

P I sure do. I borrowed another colleague's expression *Calculus is what you learn in the fifth grade on an advanced scale*. My own adage would be, Honors Calculus too is what you learn in a previous grade even more advanced.

Here, without making a cause, we take advantage of the talk-producing atmosphere already generated, to instill into learners the pedagogical frame under whose influence we are working. It has been observed that, even we are not preparing future teachers, our students' audience really like that kind of deflection to a subject totally different from what they enrolled themselves in. For mathematically oriented students it is sort of an inspirational break, if they appear really exhausted by the mathematical jargon. For the rest of the students, it just provides them with a feeling that they participate in a class that would probably fit better their own personal inclinations and dexterities.

P Let me emphasize here the sociocultural ambient under whose repercussion we are moving. There is such a theory, going back to the Soviet era, and to a great mind, named Vygotsky (Vygotsky, 1978. 1986, Kozulin 1990), according to which the social and cultural component of knowledge takes place first. What you learn as individuals is secondary. I would be pleased if my attitude reflects that, in other words if communication and language are important factors in this course. You are familiar with what the word culture entails. It is built generation after generation, accomplishment after accomplishment, social activity after another social activity. Climbing up the ladder there is a rule that your social environment till now has already taught you. You need to step on the previous stair before you move to the next one. You may assign different names to the staircases whatsoever, but, no matter how you alternate among different names, the upper one is the continuation of the previous and so on. By adjusting the nomenclature, level 5 is the level (staircase) 2 on an advanced scale.

S2 To me is quite reassuring to hear that. It tries to embellish teaching obstacles encountered during our college life, especially when working hard on the assignment problems. Maybe what we deem as a great difficulty is eventually a simplicity we tend to forget, we tend to let it go unheeded.

P I would name it *latent simplicity*, a dormant one. Please pose the question to yourself. Try to awake experiences from your previous school years.

S2 I would rather say that resorting to the $\frac{\varepsilon}{2}$ technique is by far a fundamental technique. The textbook along with the instructor have made us understand how it is to reproduce, or maybe I can tell it in simple terms, rewrite the definition of the limit by replacing ε with $\frac{\varepsilon}{2}$.

P It surely is and I am glad that you recognized it. But allow me to deflect from that specific value and target our discussion we already started, to manipulate that to the extent that fits for our purpose. Am I somehow understood?

S3 I guess you mean all fractions of the kind $\frac{\varepsilon}{2}, \frac{\varepsilon}{3}$ …

S2 And not only fractions but also multiples…

P Yes. That freedom of choice that really facilitates and precipitates things. We have two primary goals, the right ε and the concomitantly right natural number associated with it. Would be that enough to make you solve more conveniently the above exercise?

By exchanging views with students, gives me an idea what their faces would look like. A certain degree of diffidence makes its appearance. As a devotee of socioculturalism, I try to analyze these demeanors. Either they are insecure to answer that or oppose it. I could have found during my teaching career another sort of relationship between the student and the teacher, but still the Vygotskian tool, language seems indispensable and strong enough while coping with the learning process as a whole. I do fell the necessity to hear and be heard. It is the reciprocity agreement, latent or not, that our didactical unsigned contract (Radford, 2008) induces me to comply with.

S2 The exercise presupposes our using the fact that since a sequence is convergent, it is bounded. Can I assume that such an association is highly likely to appear on an examination paper? You may clearly state it as a hint or are we supposed to move entirely on our own?

I feel I have to intervene with a comment once more. People keep complaining that our colleges are being converted into degree-grade awarding centers, whereas the real emphasis should have been placed on education itself. Naturally the ideal situation would be close to that belief, to our loyalty in the inerrancy of thinking and to our conviction that a university serves primarily the necessity to think or better improve how to think. But everything in our life is a social praxis, or let me paraphrase it a little, a combination, more mathematically, a permutation of praxis. Evaluation has been a driving force for all types of societies regardless the origin, the religion, the ethnic background. Students are exposed to that from an early age. They cannot avoid connecting what they learn with their evaluation process, even if this is viewed by some academics as a byproduct of knowledge. That is why I do not turn a deaf ear to these sort of questions, because it makes me really feel that I teach mathematics in a real and dynamic social realm, where evaluation and competition form basic components.

P Well that is a hard question for me too. I would say that as soon as you see the statement is convergent, you should have somewhere in your mind the three-fold concept either convergence-direct application of the definition, rewriting using your own expression, or convergence-boundedness, or convergence-Cauchy property. These are three interconnections that might really help you. As to how I am going to include it as an examination topic, you make me dither about what I am going to do. The hint you suggested would be an easy way to go through for both of us. Would I sound too mundane by referring to what you probably have heard lots of times before, solve as many problems as you can? Even if I make you feel jaded, try to discover by yourself similarities and differences between the assigned homework problems and the examined ones it will surely enhance your insight into viewing things more clearly and demystifying what used to cause you trouble.

The class seems quite skeptical about my telling them that. They probably need time to assimilate in both the constructivist and socioculturalist way, my words. There are moments like these which make me wish I could be capable of recording thoughts, cognitive pictures instead of voices. Who knows, technology advances so rapidly that my dream might materialize sooner than expected.

Back again to our analyzing process

S3 The clearest part is the work with the absolute value and the inequalities -*there is usually a preceding course in the American colleges, Applied Calculus or something that sufficiently prepares them for what ensues*-. The evil thing -*I really relish their using their own jargon, the sentimental dimension of our lecture to the boon of learning*- is the value q. In my opinion, it could have been a bonus question. It is surely the imaginative mind, the mind that adores mathematics, how else I can really name it…

P It is the culmination of the imagination, if you just look at it without the appropriate wording accompanied. If I made it a separate exercise, let me say a new one, I have the hunch it would open a way for your being capable of manipulating that easier

S3 What exactly you mean by that

P Solve the following exercise. Find the natural number *n* such that

$$\frac{pb}{n}+\frac{\varepsilon}{2}<\varepsilon$$

S3 Ninth grade problems would increase enrollment

P That is what I am looking for

Some moments elapse

P High school class, isn't it?

I get the impression that they agree on that.

P Now that evil thing that you mentioned before has somehow been sanctified?.

The class atmosphere is pretty reassuring and time will surely tell.

Conclusion

- Remind the students what they have learned before, and let them ask themselves how well they have mastered the material taught so far. Everybody today talks about a multi-component evaluation, evaluation by peers, evaluations by our superiors and inferiors, evaluation by ourselves. Self-evaluation is really a hard part, in the way we discussed it above we motivate students to evaluate themselves on a concrete basis the so far accumulated knowledge and experience. They come closer not only to their own difficulties but also to the difficulty in the teacher's job to properly and unbiased evaluate them. Moreover, a lot of times, even at the college level, our vocational realm, where a certain level of knowledge and mathematical awareness is presupposed, we encounter situations, especially while grading-evaluation emanates naturally-their homework and exams that cause us embarrassment in varying degrees of intensity. The usual colleagues' comment, which surely does not exculpate me in any way, is to succumb to the *generation gap trap*. The older the generation, the better prepared it is, or at least it though it was. This the easy way to obviate dealing with guilty for our own teaching underperformance. Have we ever asked ourselves how easy it is to leave behind anything, even fundamental, as we keep expanding the knowledge, the information input that our minds and by the same token our student's mind receive? Is it so cumbersome to get them back to the grades, where basic stuff was covered, and refresh their memory? It surely bolsters their moral and puts aside their mood for retreat, partial or full.
- Crack the problem into pieces, according to the difficulties presented or anticipated. A pure constructivist would renounce that even as a concept, it would restrict according to him the student's independence, which should not be violated anyway. On the other hand, a socioculturalist would rather deem it important in the direction of accomplishing her/his goal. We do intervene where the student feels that he/she cannot proceed by himself/herself, literally violate his/her learning independence, autonomy. But we create an ambient dynamically, gradually constructive. In a similar exercise, the students will be more adequately prepared to deal with it, they will have increased their robustness to the nature of difficulties. The kind of independence that the student will experience from now on is an on-the-go process, a conquered independence. Our whole demeanor reflects another socioculturalist lodestone that autonomy, independence on behalf of the student emerges as a result, it is not presupposed. Let us not forget that in the same way our teaching independence is significantly reinforced on the basis of reciprocity, a clear social and cultural praxis.

Feelings, a product and at the same time an irrefutable catalyst in every social process, are apparent and compatible with pure logic. Knowledge by itself does not suffice to transform any lecture into a success. When we ask students to elaborate on their difficulties and conceptual impediments, our behavior evinces how we care about them. On the other hand, if they feel free to discuss their problems with us, they are beneficial to implement our teaching duties, in other words they care about us too in a broader sense. Whether they know it or not, they assign value to our existence in the classroom, which in my opinion sometime in the middle of the semester is totally heeded and expressed toward us. James Bank's three popular verbs (Banks and McGee-Banks, 2010) are employed once more: know, care and act. The first two were described above. About the third one it is really straightforward in my opinion. Being there for our students anytime they need us involves our whole dedication. It means leaving aside all manners of personal adversities, misfortunes, strokes of life. The same is anticipated on their side. Ergo, we have been acting even whether this remains dormant in our deeper consciousness. Let us make an effort and grade our acting performance on a weekly or on a daily basis, if possible. It will reveal us another side of ourselves that really induced us to wish to become teachers, and if we were given a second chance in life, no matter the usual complaints that are heard over the attack on education, we would surely follow the same choice.

Repository of materials

Click the following link for the registered material regarding this article. These materials can be modified over time and upgraded following the evolution of the underlying ideas or / and future trials carried out by the author.

http://www.edimast.it/J/20150102/01400148PE/

Acknowledgements

The author is grateful to Associate Professor Patrick Rault, for providing him with an office during his visit at SUNY Geneseo, where a treasure of books was at his disposal.

References

Banks, J.A. And McGee-Banks, C.A. (2010). *Multicultural Education: Issues and Perspectives*. Wiley.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social de conocimiento*. Barcelona, España: Gedisa.

Davydov, V.V. (1975b). The psychological characteristics of the prenumerical period of mathematics instruction. *Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics*, 7, 109-206.

Kozulin, A. (1990). *Vygotsky's Psychology: A biography of ideas. Cambridge*, Massachusetts: Harvard University Press.

MacClurer, C.R. (2006). *Honors Calculus*. Princeton University Press

Radford, L. (2008). Theories in mathematics education. A Brief Inquiry into their Conceptual Differences. *Working paper for the ICMI Survey Team 7*.

Vygotsky, L. (1986). *Thought and Language*, rev. & ed. A. Kozulin, Cambridge, Mass: Massachusetts Institute of Technology Press.

Vygotsky, L. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Kyriakos Petakos
Dean of the Superior School of Tourism Education ASTER
Dimokratias 2 , 85100 Rhodes Greece
Kyriakospetakos66@gmail.com

Dr Petakos is a mathematician graduated with Excellent from the University of Athens in 1988. He attended graduate courses at the University of Augsburg Germany and completed his PhD at the University of Athens in Applied Probability with Professor Papastavridis. His interests turned to mathematics education and in this direction he visited financially covered the SUNY Fredonia and SUNY Geneseo delivering speeches on his research on math education. He is currently Assistant Professor and Dean of the Superior School of Tourism Education of Rhodes ASTER.

Received November 11, 2015; revised November 28, 2015; accepted December 13, 2015

CHANGING TRIANGLE

Alfia Lucia Fazzino

Abstract. *The activity begins with the construction of a paper dynamic model where, from the movement of the point which is along the side of a rectangle, at regular intervals we can obtain a series of triangles. We can then make a classification of those triangles and observe two crucial conceptual cruxes: the variation of their area and perimeter. In fact, the area and the perimeter are two concepts that are often dealt with separately and in different moments and usually is the drawing that characterizes the study of geometrical figures. The staticity of the drawing nevertheless makes it easy to create misconceptions because it has the limit to make the student observe a single aspect and doesn't help him or her to recognize analogies and differences. These misconceptions can become obstacles to learning. This alternative route allows the construction of concepts through the use of a dynamic model that places the student at the center of his/her own learning through a direct exploration that consists of the perception of the elastic wire and in seeing the transformation of the figure. The activity can be proposed in the last year of elementary school and then reused to analyze and or deal with various aspects such as: classification of triangles, variations of areas and perimeters, functions and determinations of maximums and minimums. This allows the study of interesting geometric aspects and for this reason it can be used well in a situation in which a vertical curriculum is applied.*

Key words. *isoperimetry, equivalence, symmetry, maximum, minimum*

Sommario. *"Il giratriangolo". L'attività inizia con la costruzione di un modello dinamico fatto di cartoncino, dove dal movimento di un punto lungo il bordo di un rettangolo a intervalli regolari si ottiene una serie di triangoli. Di questi possiamo fare una classificazione e osservare come varia l'area e il perimetro, due nodi concettuali molto importanti. Infatti, area e perimetro sono due concetti che sono spesso affrontati separatamente e in momenti diversi e di solito è il disegno che caratterizza il loro studio nelle figure geometriche. La staticità di un disegno però facilità la creazione di misconcetti perché limita l'alunno a osservare un solo aspetto e non lo aiuta a riconoscere analogie e differenze; misconcetti che diventano dei veri e propri ostacoli all'apprendimento. Questo percorso permette di procedere alla costruzione di concetti con l'uso di un modello dinamico che mette l'alunno al centro del proprio apprendimento attraverso l'esplorazione diretta grazie alla percezione della tensione del filo elastico e alla trasformazione della figura. L'attività può essere proposta nell'ultimo anno dalla scuola primaria e poi ripresa per analizzare e/o affrontare vari aspetti quali: classificazioni dei triangoli, variazioni di aree e perimetri, funzioni e determinazioni di massimi e minimi. Questo permette di studiare interessanti aspetti geometrici e per questo motivo si colloca bene in una situazione di un curricolo verticale.*

Parole chiave. *isoperimetria, equivalenza, simmetria, massimi, minimi*

Introduzione

Partendo dalla costruzione di un modello dinamico, in cui si fa muovere un vertice del triangolo in filo elastico, ci si pongono diverse domande: quali e quanti triangoli si vedono? Cosa si può dire dell'area? E del perimetro?

Il percorso è laboratoriale e operativo; gli allievi, in ogni momento sono protagonisti e sono invitati a osservare, riflettere, argomentare, discutere, manipolare, trasformare perché il nucleo del lavoro è l'oggetto che i ragazzi hanno tra le mani.

Il modello, costruito dagli alunni con materiali facilmente reperibili, presenta una ricchezza di stimoli che rimanda inevitabilmente alla grande lezione di Emma Castelnuovo.

L'attività porta alla classificazione, al confronto dei perimetri e delle aree di triangoli che si ottengono prima attraverso l'osservazione e in seguito attraverso una rappresentazione grafica.

Permette di trattare il perimetro e l'area in modo dinamico che lo aiuta a guardare "oltre" facilitando l'analisi da diversi punti di vista e quindi permettendo di riconoscere analogie e differenze. Il lavoro è supportato da un "diario di bordo" (vedi Fig. 5) dove ciascun alunno riordina, quanto è condiviso in classe, una sorta di fil-rouge che dà loro la possibilità di riprendere la discussione anche a distanza di qualche giorno.

Destinatari

L'attività è stata svolta durante l'anno scolastico 2014-2015 in una classe seconda della secondaria di primo grado dell'Istituto Comprensivo 1 di Poggibonsi (SI) composta da 25 alunni; una classe eterogenea, abituata, sin dal primo anno, ad una metodologia di tipo laboratoriale e all'uso di modellini dinamici. Il percorso è stato svolto in cinque lezioni di due ore ciascuna durante la quale il docente ha lasciato agli alunni il tempo di fare scoperte e congetture, ha stimolato la discussione con domande cercando di fare emergere i dubbi e gli errori aiutando così ad argomentare in un ambiente ricco di spunti in cui si discute e si collabora.

Idea di partenza

L'idea di quest'attività nasce qualche anno fa e prende spunto da una vecchia dispensa della Mathesis di Pesaro. Decido di proporre il percorso in classe ma con l'uso di un modellino dinamico che costruisco e studio. L'anno scorso ho utilizzato l'attività in classe con l'obiettivo di ripassare i triangoli e di introdurre il concetto di figure isoperimetriche ed equivalenti. Visto il crescente entusiasmo degli alunni e le discussioni emerse durante il percorso, decido di andare oltre e di sfruttare tutte le potenzialità del modello introducendo le funzioni empiriche e i concetti di punto di massimo e di minimo.

Finalità

L'attività proposta ha le finalità di:

- Potenziare la motivazione degli allievi
- Stimolare l'apprendimento attivo
- Potenziare il problem solving
- Creare momenti di discussione e di confronto
- Collegare aspetti pratici con aspetti astratti
- Portare a un atteggiamento di scoperta e di ricerca per la matematica.

Obiettivi di apprendimento

- Riconoscere analogie e differenze
- Individuare regolarità nel fenomeno osservato
- Analizzare le congetture fatte e verificarne la validità riuscendo ad argomentare in modo adeguato
- Confrontare in modo critico e costruttivo strategie risolutive diverse
- Organizzare gradatamente ragionamenti complessi
- Esprimere congetture sulle osservazioni fatte e verificarle
- Effettuare controlli e verifiche per esprimere giudizi e valutazioni

- Usare il piano cartesiano per rappresentare funzioni empiriche e organizzare i procedimenti.

Prerequisiti

Per svolgere quest'attività gli alunni devono possedere semplici prerequisiti quali la conoscenza degli elementi caratteristici di un triangolo e sapere calcolare il perimetro e l'area (anche del solo rettangolo). È richiesta anche la conoscenza del piano cartesiano. Inoltre i ragazzi devono avere una certa dimestichezza nell'uso e nella costruzione di semplici modelli dinamici.

Contenuti

- Classificazione dei triangoli
- Perimetro e area dei triangoli
- Triangoli isoperimetrici ed equivalenti
- Simmetria
- Funzioni empiriche.

Descrizione dell'attività

Prima fase

Si costruisce il modellino (vedi Fig.1) con materiale povero: cartoncino, filo elastico, un foglio di quaderno e colla.

Su un cartoncino s'incolla un rettangolo di 10q x 6q , (q = lunghezza del lato di un quadretto) poi con un taglierino si tagliano tre lati di questo rettangolo e si ricava come dice un mio alunno " … una sorta di finestra …" Sul lato fisso (che è uno dei due più lunghi) si prendono 2 punti equidistanti 2q dagli estremi, da questi punti fissi con un ago si fa passare del filo elastico che, trattenuta dalla mano che simula un vertice, formerà i 2 lati di un triangolo che ha per base il segmento che unisce i 2 punti fissati.

Ogni alunno costruisce il proprio modello.

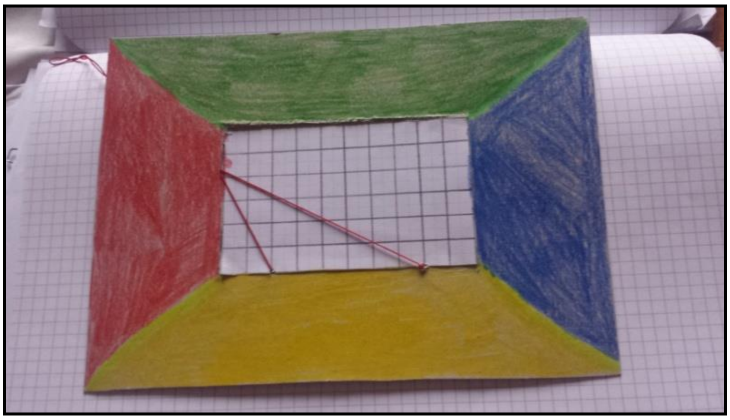


Fig.1 - Modellino

Gli alunni lavorano a piccoli gruppi (3 o 4).

Manipolando il modello si pone la prima domanda: muovendo il vertice libero quali e quanti triangoli vedete?

"*Tanti: sono triangoli isosceli, scaleni, ottusangoli, rettangoli isosceli…*"

Dopo aver lasciato il tempo sufficiente per riflettere sul modello invito ogni gruppo a spiegare agli altri quanto osservato per arrivare a una condivisione generale Nella classe c'è uno scambio d'idee, ognuno ascolta l'altro, si accetta il parere dei compagni, si cambia idea, si arriva a una condivisione e l'errore di uno diventa punto di riflessione per altri. È questa la potenzialità del laboratorio: il momento in cui la classe è soggetto di aiuto reciproco e di confronto. Qualche gruppo parla di simmetria affermando che le figure che si vedono a destra del modello, rispetto al triangolo centrale, sono "uguali" a quelle di sinistra.

Altri invece si soffermano sui vari tipi di triangoli e fanno solo cenno alla simmetria.

L'osservazione della simmetria in movimento è molto importante: vedere cosa succede quando il punto si muove da un estremo all'altro del rettangolo e cosa produce è un passo interessante dell'attività perché in seguito, attraverso i grafici, i ragazzi capiranno cosa determina tale simmetria che per il momento è solo osservata.

Dal continuo al discreto

Chiedo di disegnare tutti i triangoli che ottengono facendo muovere il vertice ogni volta di un quadretto. Il passaggio dal modello al disegno serve per visualizzare i vari tipi di triangoli ed avere una quadro completo del movimento. Inoltre permette di fare una classificazione dei triangoli sia rispetto ai lati che rispetto agli angoli.

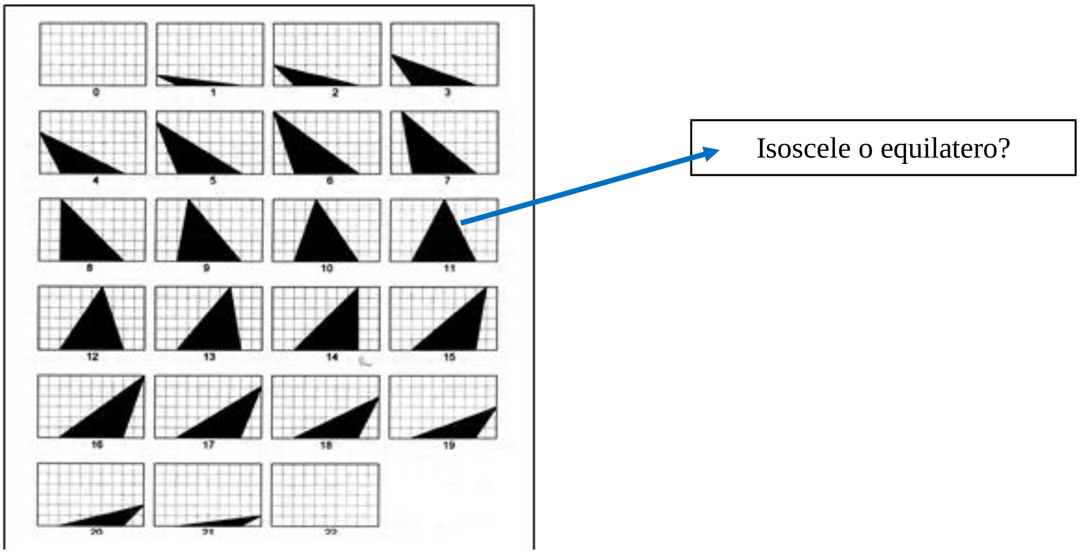


Fig. 2 – Triangoli ottenuti facendo muovere il vertice ogni volta di un quadretto

… quanti ne dobbiamo disegnare? - La domanda nasce, forse, perché preoccupati dal numero dei triangoli che hanno osservato; qualcuno fa notare che il vertice si muove ogni volta di un quadretto quindi non saranno tanti. Per uniformare la discussione decidono di numerare le varie figure. Alla fine del lavoro qualcuno afferma … sono 21 … Nooo !!!.. sono 23… Come? Perché? ... Emerge una prima difficoltà, infatti, qualche gruppo ha disegnato solo 21 figure perché non ha considerato nel disegno i casi limiti che invece avevano osservato subito nel modello dinamico. È proprio il movimento che li porta a cogliere questi casi che hanno chiamato triangoli degeneri. In realtà nell'anno precedente i ragazzi hanno avuto l'opportunità di riflettere sul caso limite e proprio sulla base di quanto fatto a suo tempo e con una ulteriore osservazione del modello che stanno manipolando, la difficoltà è rapidamente superata. Si concorda che la figura iniziale (caso limite) venga indicata come in figura (vedi Fig.0) perché viene prima di tutte quelle che hanno già disegnato.

Sono tutti?

Da una prima discussione emerge che nel disegno non ci sono tutti i tipi di triangolo quindi si può fare riflettere su quale triangolo manca. Subito individuano come non presenti l'ottusangolo isoscele e il rettangolo scaleno; allora chiedo ai ragazzi in quale posizione dovrebbero trovarsi.

Si torna a manipolare il modellino ed è il movimento che porta i ragazzi a vedere il primo tra le figure 5-6 o tra le figure 16-17 e nel contempo ad affermare che il secondo non c'è.

Nasce un altro dubbio: tra quelli disegnati, il triangolo centrale è isoscele o equilatero? L'equilatero c'è oppure no? (vedi Fig.2)

Questa domanda, posta da un alunno, porta ad un bel dibattito. In realtà il triangolo equilatero non c'è ma in tanti scambiano il triangolo nella posizione 11 (che un realtà è un isoscele con un la base uguale all'altezza), con l'equilatero si lasciano attirare dalla "forma" e dunque non si pongono il problema, sbagliando.

Per superare l'ostacolo decido di realizzare in grande la "finestra" del numero 11. Per fortuna abbiamo le mattonelle quadrate in aula per cui con un pò di scotch ricostruiamo sul pavimento il triangolo che si sta osservando. (vedi Fig.3) Prendiamo uno spago lungo come uno dei lati fissato solo al vertice. Muovendo lo spago verso l'altezza osservano che il lato e più lungo dell'altezza (vedi Fig.4) e di conseguenza della base (che è della stessa lunghezza) perché … *ne avanza un pochino!* … quindi si giunge alla condivisione che il triangolo osservato è isoscele.

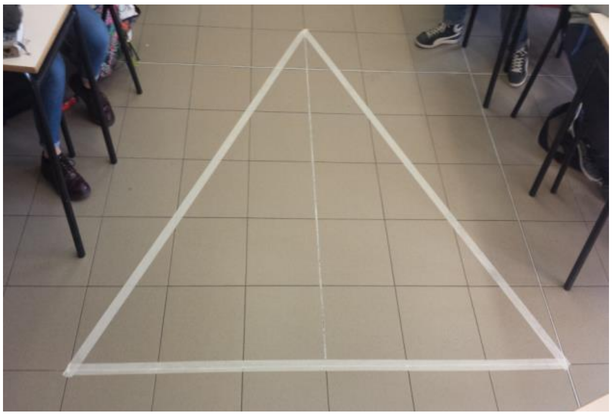


Fig. 3 – Triangolo riportato sul pavimento

Fig. 4 – Confronto tra lato obliquo e altezza

Dai loro quaderni

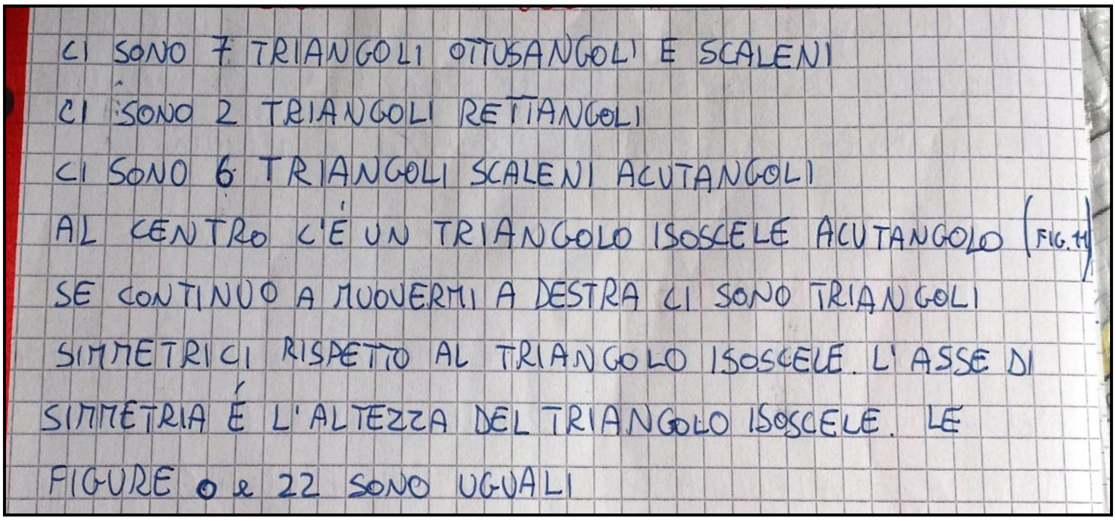

CI SONO 7 TRIANGOLI OTTUSANGOLI E SCALENI
CI SONO 2 TRIANGOLI RETTANGOLI
CI SONO 6 TRIANGOLI SCALENI ACUTANGOLI
AL CENTRO C'È UN TRIANGOLO ISOSCELE ACUTANGOLO (FIG. 11)
SE CONTINUO A MUOVERMI A DESTRA CI SONO TRIANGOLI
SIMMETRICI RISPETTO AL TRIANGOLO ISOSCELE. L'ASSE DI
SIMMETRIA È L'ALTEZZA DEL TRIANGOLO ISOSCELE. LE
FIGURE 0 e 22 SONO UGUALI

Fig.5 –Osservazioni scritte

Come colorare?

Si decide di colorare i triangoli quindi di utilizzare il "colore" come mezzo per visualizzare meglio la classificazione esplorata (vedi Fig.4). Quasi tutti colorano i triangoli a coppie simmetriche e visualizzano bene il triangolo centrale colorandolo diverso da tutti gli altri. Attraverso il colore i ragazzi hanno messo in evidenza ancora una volta la simmetria nel movimento e che il triangolo centrale fa da elemento separatore tra le coppie di triangoli simmetrici.

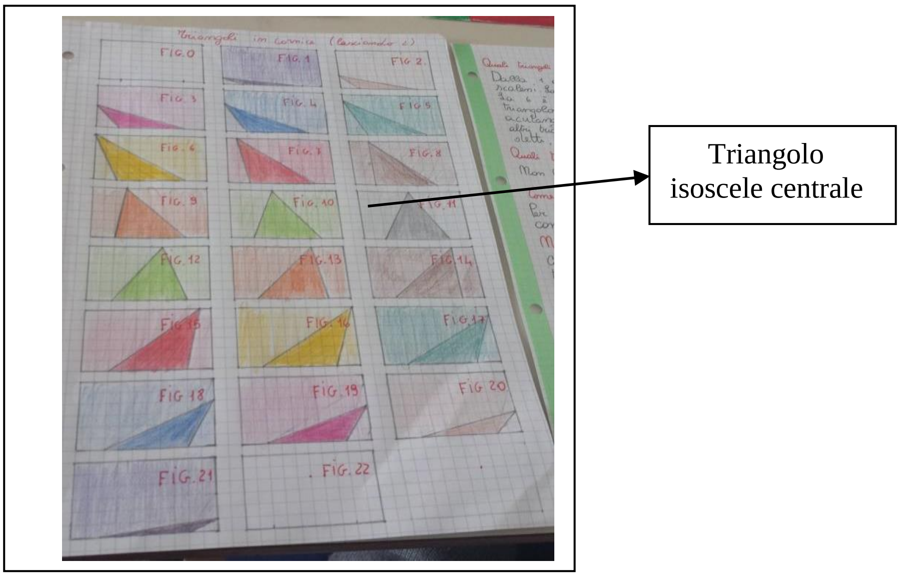


Fig.5 – I triangoli colorati

Ricamiamo la simmetria in movimento

La proposta viene dagli stessi alunni osservando il disegno di una compagna. Ricordano che l'anno precedente abbiamo cercato la simmetria nei pizzi e nei ricami delle nonne "… *proviamo a creare anche noi un lavoro simmetrico con i fili colorati*...". L'idea non dispiace e si decide di provare. Il

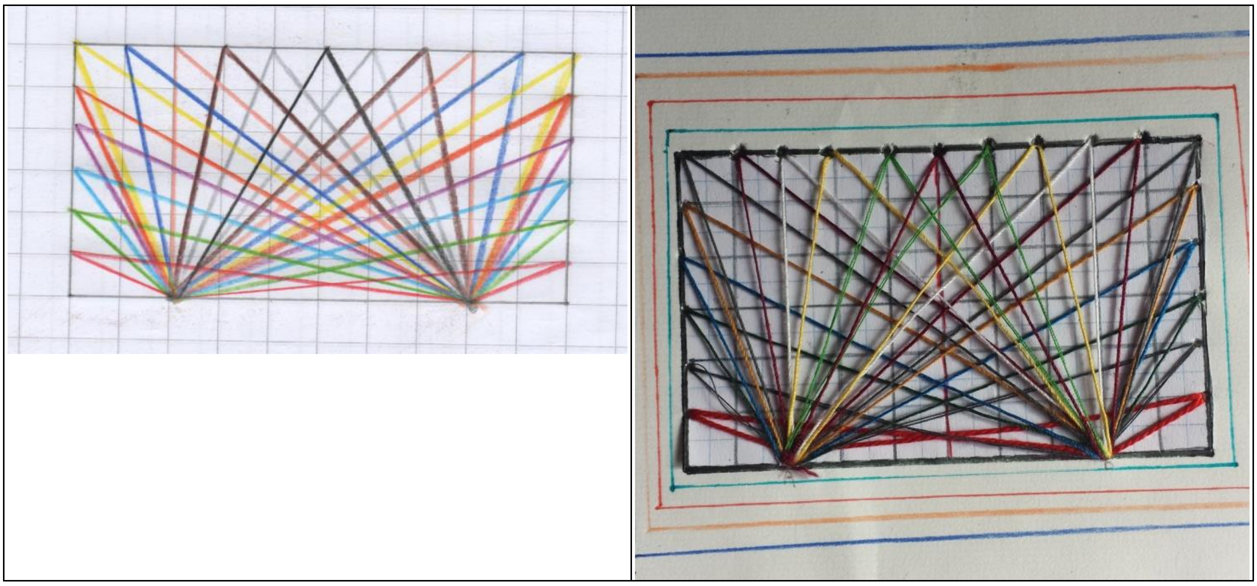


Fig. 6 – I fili colorati evidenziano la simmetria

lavoro entusiasma tutti ma si presenta un problema “come fare a ricamare i triangoli simmetrici con lo stesso filo senza tagliarlo? …” (vedi Fig.6). I ragazzi discutono la soluzione più conveniente e logica, alla fine ogni gruppo decide come procedere. Condividono i fili, si consigliano nella scelta dei colori, si aiutano a vicenda nel lavoro. È stato indimenticabile e divertente anche per me che alla fine ero soddisfatta dei “ricami” degli alunni che rendono evidente, con i colori, le coppie di triangoli simmetrici.

Seconda fase

Cosa possiamo dire del perimetro e dell’area di questi triangoli?

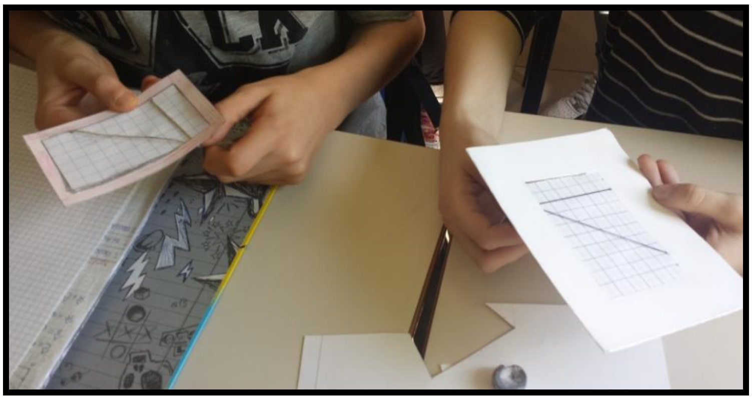


Fig.7 – Uso del modellino

L’attenzione dei ragazzi è rivolta alla tensione del filo elastico ed è proprio quella che permette loro di capire che il perimetro varia ma anche l’area dato che anche se la base è fissa, l’altezza aumenta. (vedi Fig.7) Inoltre manipolando il modellino ed esaminando il caso limite (quando il vertice coincide con uno dei vertici in basso del rettangolo) resta difficile per i ragazzi parlare di perimetro mentre con semplicità parlano di area nulla: *“se non c’è l’area, non c’è il triangolo!”*

Riflettendo e manipolando, in particolare osservando bene il filo poco prima che si arrivi al caso limite, si vede che il triangolo esiste ed il suo perimetro è uguale a due segmenti sovrapposti di cui uno è il lato obliquo e l'altro è composto da due segmenti adiacenti che sono un lato del triangolo e la sua base. (vedi Fig.8)

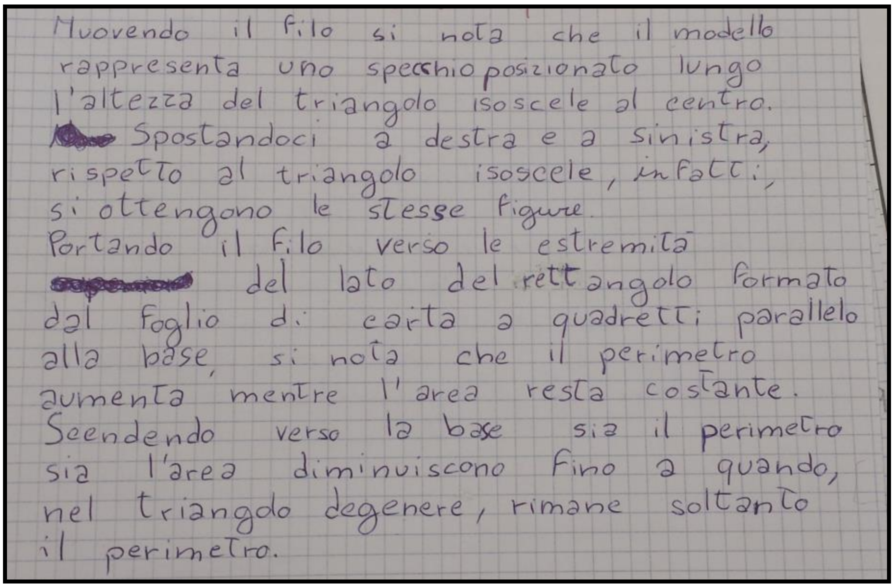

Muovendo il filo si nota che il modello rappresenta uno specchio posizionato lungo l'altezza del triangolo isoscele al centro. Spostandoci a destra e a sinistra, rispetto al triangolo isoscele, infatti, si ottengono le stesse figure. Portando il filo verso le estremità del lato del rettangolo formato dal foglio di carta a quadretti parallelo alla base, si nota che il perimetro aumenta mentre l'area resta costante. Scendendo verso la base sia il perimetro sia l'area diminuiscono fino a quando, nel triangolo degenere, rimane soltanto il perimetro.

Fig.8 – Diario di bordo

A questo punto decidiamo di esaminare l'area dei triangoli.

Come varia l'area?

Il modello permette di fare delle congetture e i ragazzi concordano sul fatto che sicuramente l'area cresce e che ci sarà un valore massimo. In realtà ci sono diversi triangoli che hanno la stessa area con valore massimo perché hanno l'altezza e la base uguale. Per confermare quanto detto si calcola l'area delle figure disegnate, si mettono i risultati in tabella (vedi Fig.9) e si fa il grafico sul quaderno (vedi Fig.10) o su carta millimetrata. L'unità di misura del grafico è il quadretto del quaderno.

Interessante è stato osservare che pur potendo calcolare l'area per differenza, la maggior parte degli alunni applica la formula e pertanto vanno alla ricerca dell'altezza ma trovarla non è stato facile per tutti. Infatti, disegnare l'altezza di un triangolo è uno scoglio forte, perché gli alunni generalmente cercano un'altezza interna al triangolo, e anche in questo caso alcuni non si sono smentiti, vanno alla ricerca di quest'altezza senza rendersi conto che in quasi tutti i triangoli che stanno esaminando l'altezza è esterna. Quindi l'attività mi ha permesso di riprendere l'argomento e di approfondirlo attraverso una ulteriore analisi del modellino e una interessante discussione in classe.


SB	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
B	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
H	0	1	2	3	4	5	6	6	6	6	6	6
A	0	3	6	9	12	15	18	18	18	18	18	18

SIMMETRICI
SONO
EQUIVALENTI

Fig.9 – Tabella dei valori dell'area

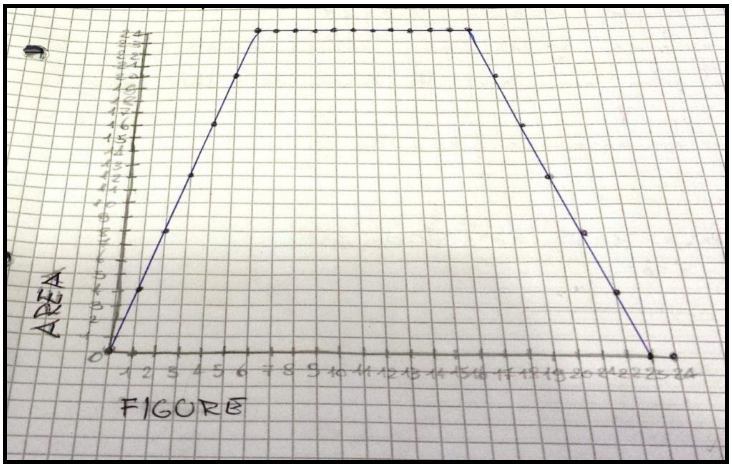


Fig.10 – Grafico dell’area

Nel grafico i ragazzi uniscono i punti, anche se siamo nel discreto, sanno che le figure non sono solo quelle disegnate ma “molte di più” perchè in realtà con il modello non muovono il filo a scatti ma con continuità e quindi da un punto all’altro ci sono, “tanti punti” che sono i vertici di quei triangoli che hanno potuto osservare nel movimento. (vedi Fig.11).

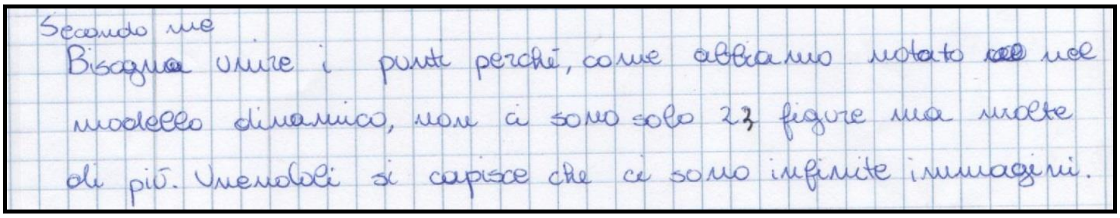


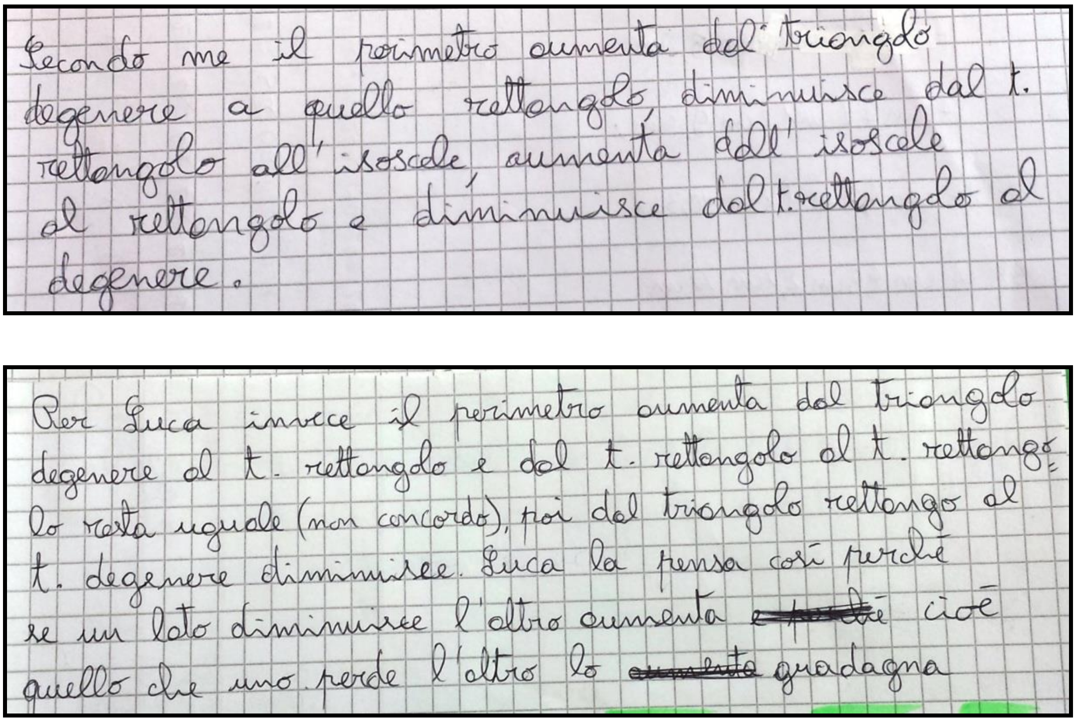
Fig.11 – osservazione dei ragazzi

Il grafico ottenuto conferma le loro ipotesi, ma soprattutto i ragazzi “vedono” la simmetria, anche nel grafico e deducono, inoltre, che l’area non ha un solo punto di massimo ma che “*i triangoli che hanno la stessa area, nel grafico hanno formato un tratto orizzontale*”.

L’attività aiuta molto gli alunni a leggere e a interpretare un grafico facilmente e in modo corretto.

Come varia il perimetro?

La maggior parte dei ragazzi manipolando il modellino, ipotizza che il perimetro aumenti a partire dal caso limite … *lo vedo …e…lo sento dalla tensione del filo* … per raggiungere un valore massimo e poi diminuire fino al triangolo centrale per poi tornare a crescere e a diminuire simmetricamente. La simmetria in movimento permette ai ragazzi di congetturare in modo corretto sulla variazione del perimetro. Qualcuno però non condivide questa ipotesi perché è convinto che nel movimento sul lato parallelo alla base il perimetro rimanga costante come succede all’area in quanto “*ciò che perde un lato lo guadagna l’altro”.* Ecco cosa scrivono (vedi Fig.12).

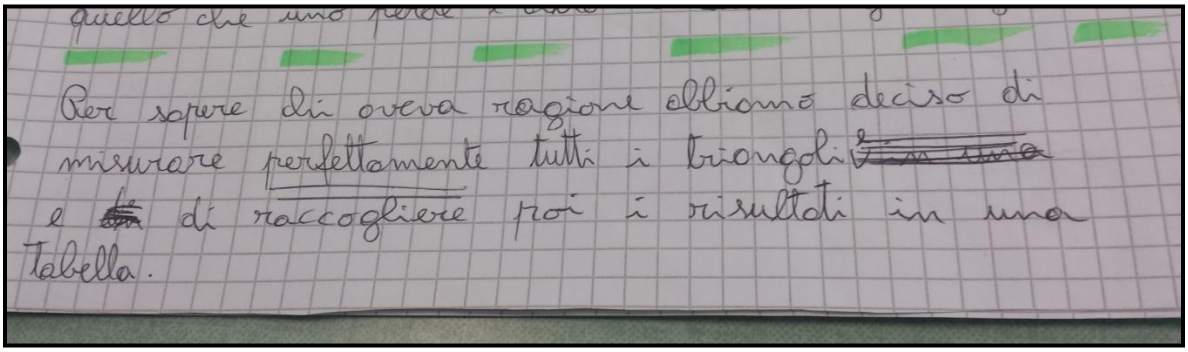


Secondo me il perimetro aumenta dal triangolo degenere a quello rettangolo, diminuisce dal t. rettangolo all'isoscele, aumenta dall'isoscele al rettangolo e diminuisce dal t. rettangolo al degenere.

Per Luca invece il perimetro aumenta dal triangolo degenere al t. rettangolo e dal t. rettangolo al t. rettangolo resta uguale (non concordo), poi dal triangolo rettangolo al t. degenere diminuisce. Luca la pensa così perché se un lato diminuisce l'altro aumenta cioè quello che uno perde l'altro lo ~~aumenta~~ guadagna

Fig.12- I dubbi

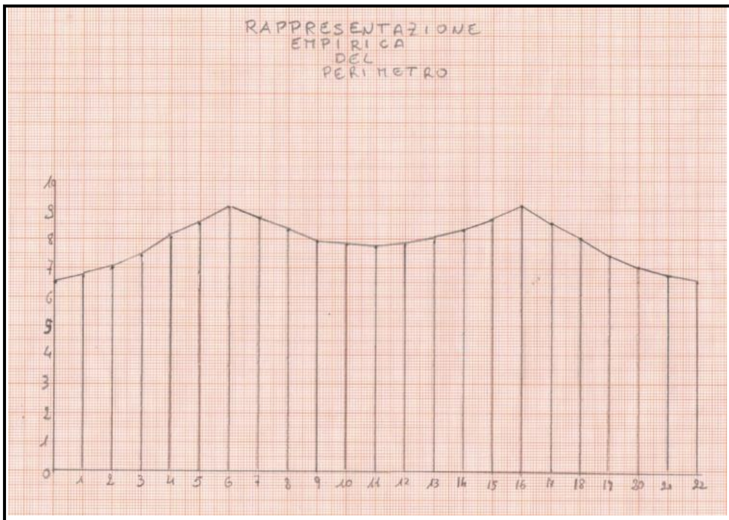
Emerge così il misconcetto "*i triangoli che hanno la stessa area hanno anche lo stesso perimetro*". Nasce una discussione animata e alla fine per verificare le loro ipotesi decidono di calcolare il perimetro dei triangoli misurando i lati "*perfettamente".* (vedi Fig.13)



Per sapere chi aveva ragione abbiamo deciso di misurare perfettamente tutti i triangoli e di raccogliere poi i risultati in una tabella.

Fig. 13 – La decisione

Cominciano a fare misure, a riportare i risultati nella tabella e costruiscono un grafico. Nonostante le misure diverse dei quadretti dei loro quaderni e gli errori fatti nel misurare, molti grafici confermavano l'ipotesi iniziale della maggioranza.



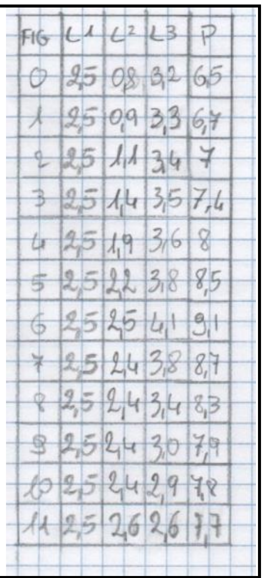


FIG	L1	L2	L3	P
0	2,5	0,8	3,2	6,5
1	2,5	0,9	3,3	6,7
2	2,5	1,1	3,4	7
3	2,5	1,4	3,5	7,4
4	2,5	1,9	3,6	8
5	2,5	2,2	3,8	8,5
6	2,5	2,5	4,1	9,1
7	2,5	2,4	3,8	8,7
8	2,5	2,4	3,4	8,3
9	2,5	2,4	3,0	7,9
10	2,5	2,4	2,9	7,8
11	2,5	2,6	2,6	7,7

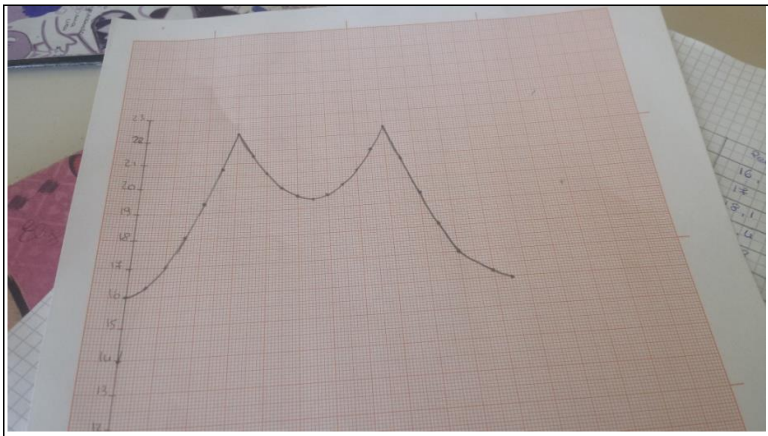
Fig. 14 – Grafico ottenuto misurando i lati

Lascio i ragazzi liberi di misurare e fare i loro grafici ma decido di riprendere l'attività, dopo aver esaminato il Teorema di Pitagora. La decisione nasce per due motivi: primo perché è un buon campo di allenamento in questo senso; secondo per riflettere ancora una volta sugli errori della misura che, anche se fatta "perfettamente" come avevano affermato, non era poi così perfetta!

Inoltre l'uso del teorema porterà all'esigenza di approssimare il valore della radice quadrata quindi l'attività permetterà ai ragazzi di riflettere sull'argomento su cui lavoreranno in seguito.

Come previsto, riprendo il lavoro al momento opportuno, e determiniamo la misura dei lati utilizzando il teorema di Pitagora per calcolare il perimetro.

Fatti i calcoli, si scrive la tabella dei valori e si disegna il grafico (vedi Fig.14 e Fig.15).
I ragazzi si rendono conto che è diverso, anche se non di molto, da quello che avevano disegnato in precedenza e prendono ulteriore coscienza degli errori che può determinare la misura.



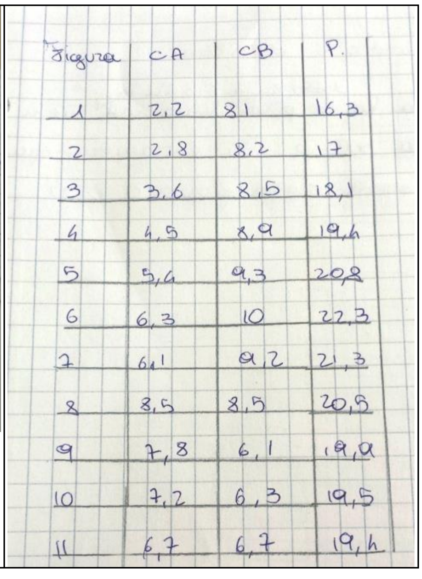


Figura	CA	CB	P.
1	2,2	8,1	16,3
2	2,8	8,2	17
3	3,6	8,5	18,1
4	4,5	8,9	19,4
5	5,4	9,3	20,8
6	6,3	10	22,3
7	6,1	9,2	21,3
8	8,5	8,5	20,5
9	7,8	6,1	19,9
10	7,2	6,3	19,5
11	6,7	6,7	19,4

Fig. 15 – Grafico ottenuto applicando il Teorema di Pitagora

Leggendo il grafico, gli alunni vedono chiaramente i due punti di valore massimo simmetrici e la conferma, per molti di loro, che il triangolo isoscele centrale ha il perimetro minimo. Si deduce, inoltre, che tutti i triangoli equivalenti, aventi la stessa base e la stessa altezza, non hanno lo stesso perimetro e tra questi il triangolo isoscele ha il perimetro minimo.

Punti di forza

Il più importante punto di forza del percorso è la dinamicità del modello che permette agli alunni di essere al centro del proprio apprendimento attraverso la manipolazione e l'esplorazione diretta. Il toccare con le mani, vedere il trasformarsi della figura, sentire la tensione del filo elastico, tutto ciò porta alla luce proprietà e relazioni, analogie e differenze.

Un altro punto di forza è l'uso del modello concreto per lo sviluppo di concetti astratti che conferma l'importanza di un apprendimento attraverso il fare.

Punti di debolezza

L'attività non ha particolari punti di debolezza.

La costruzione del modellino ha creato difficoltà solo ad un alunno che, essendo ripetente e proveniente da un'altra classe, non era abituato a lavorare con materiale concreto. Inoltre se qualche alunno si assenta, è necessario farlo recuperare, perché non può seguire la fase successiva se non recupera in classe con il docente o con un compagno tutor. Questo significa che l'attività può subire dei momenti di arresto e quindi non rispettare i tempi programmati.

Risultati positivi dal punto di vista cognitivo

Tutti gli alunni sono riusciti ad ottenere risultati positivi sugli argomenti trattati nell'attività.

Risultati positivi dal punto di vista motivazionali

Il cooperative learning è stato l'aspetto vincente dell'attività. La partecipazione è stata attiva e molto coinvolgente. Durante l'attività il clima di collaborazione e di condivisione che si è creato tra i ragazzi è stato davvero importante; ognuno poteva esprimere le proprie idee, condividere quelle degli altri e accettare anche l'errore. Spesso si aiutavano nella spiegazione o nella rielaborazione. Anche l'alunna diversamente abile ha preso parte attiva al lavoro.

Difficoltà cognitive

Le difficoltà emerse sono state la ricerca dell'altezza del triangolo e quella di aver scambiato il triangolo isoscele, con la base uguale all'altezza, con un triangolo equilatero.

Superamento delle difficoltà

La prima è stata superata tornando a riflettere sul concetto di altezza e manipolando e osservando il modellino.

Per superare la seconda ho disegnato il triangolo con dello scotch sul pavimento dell'aula e ho fatto confrontare, usando uno spago, la lunghezza di un lato con l'altezza, la cui misura era uguale alla base. In questo modo i ragazzi hanno potuto vedere che effettivamente il lato è più lungo dell'altezza e quindi anche della base pertanto il triangolo è equilatero.

Difficoltà dal punto di vista emozionali

Non ci sono state difficoltà emozionali perché tutti erano contenti e felici di lavorare.

Difficoltà dal punto di vista organizzativo

Non ci è stata alcuna difficoltà dal punto di vista organizzativo perché tutto si è svolto in classe spostando i banchi per formare isole di lavoro.

Conclusione

L'esperienza ha permesso di raggiungere un equilibrio fra aspetti empirici e organizzazione razionale del sapere geometrico. Ha permesso a me docente di riflettere, ulteriormente, sull'importanza del modello concreto per lo sviluppo di concetti astratti ed ha confermato l'importanza di un apprendimento attraverso il "*fare*" un processo attivo di creazione delle conoscenze che educa alla manualità e migliora le capacità espressive. Il cooperative learning è stata un'altra componente vincente dell'attività. Durante il percorso ci sono stati momenti:

- di riflessione sulle diverse situazioni problematiche che sono emerse;
- altri che ci hanno permesso di ritornare indietro per discutere su aspetti non considerati prima e di formalizzare i concetti matematici coinvolti.

La discussione ha avuto un ruolo efficace per l'alunno ed è stato importante per l'apprendimento durante il quale l'insegnante ha fatto emergere le difficoltà ed evidenziato le opinioni più significative anche se sbagliate.

È stato fondamentale il clima di collaborazione e di condivisione che si è creato tra i ragazzi, in cui ognuno poteva esprimere le proprie idee, condividere quelle degli altri ed accettare anche l'errore, poiché vissuto come momento di discussione e di crescita e ha permesso al docente di indirizzare l'azione didattica.

L'attività ha portato alla luce nodi concettuali non chiari e, nello stesso tempo, ha fatto emergere nuove domande.

Il percorso si presta bene a essere svolto in piccoli gruppi eterogenei. Si potrebbe svolgere anche con l'uso delle nuove tecnologie, che devono essere consequenziali e non sostituire completamente il modello dinamico poiché si perderebbe la concretezza della dinamicità che permette all'alunno, di essere davvero protagonista del proprio apprendimento attraverso l'esplorazione diretta: toccare, percepire la tensione del filo elastico e vedere la trasformazione della figura spostano il focus dal prodotto al processo.

Dichiarazione di conflitti di interesse

Gli autori dichiarano di non avere conflitti di interesse rispetto la paternità o la pubblicazione di questo articolo.

Deposito dei materiali dell'attività

Al seguente link sono depositati eventuali materiali inerenti questo articolo. Questi materiali nel tempo potranno essere modificati e arricchiti seguendo l'evoluzione delle idee sottostanti o/e future sperimentazioni svolte dall'autore dell'articolo.

http://www.edimast.it/J/20150102/01490162FA/

Bibliografia

A. Maria Damiani, A. Maria Facenda, Paola Fulgenzi, Giuseppina Gattoni, Franca Masi, Janna Nardi, Floriana Paternoster -Sezione Mathesis – Pesaro Marzo 2000 Geometria Con i Cartoni Animati (pp. 2-5)

Alfia Lucia Fazzino
Istituto Comprensivo 1 Poggibonsi - Scuola secondaria di primo grado "Plesso Marmocchi"
Viale Garibaldi, 30/32 53036 Poggibonsi (SI)
magumi@alice.it
Italy

Professoressa a tempo indeterminato di Matematica
Docente formatore in didattica della matematica. Appassionata di Problem-solving e di comunicazione didattica. S'interessa di formazione dei docenti.
Svolge da diversi anni attività di ricerca azione per il Rally Matematico Transalpino.
Coautrice di diverse pubblicazioni su esperienze didattiche

Received November 12, 2015; *revised* December 10, 2015; *accepted* December 29, 2015; *published online* January 16, 2016

Meaning Equivalence Reusable Learning Object
An unexpected mathematical problem: the Dido's myth

Susanna Abbati, Alberto Cena, Arianna Coviello, Santina Fratti, Luigia Genoni,

Germana Trinchero, Fiorenza Turiano

Abstract. *This paper describes a learning activity carried on in the third class of a first level secondary school (middle school) and in the first two years of a second level secondary school (high school). The teaching practices we have adopted, are based on the educational model of peer-education and focus on the use of meaning sharing as object of learning. The habit of discussing and comparing activated a spontaneous transfer of knowledge, emotions and experiences within each group. One of the goals was to develop the competences in students about the ability to detect a particular conceptual situation, through multiple representations of sign systems (which are the different semantic registers); it has followed the ability to read a multiform one-to-many transformation of the meaning connected with a mathematical object.*
In this educational context that has developed the habit of creating, recognizing and managing a mathematical model, the MERLO methodology has also encouraged the habit of using a correct logical-mathematical language.

Key words. *Argumentation, Meaning equivalence, Isoperimetric, Duvall, Merlo Project, Mathematic model*

Sommario. *Questa proposta è la descrizione di un percorso didattico attuato nella terza classe della scuola secondaria di primo grado e nel primo biennio della scuola secondaria di secondo grado. Le pratiche didattiche da noi adottate, ispiratesi al modello educativo della peer education, sono centrate sull'uso della condivisione di significato come oggetto di apprendimento. La consuetudine all'argomentazione e al confronto ha permesso di attivare un processo spontaneo di passaggio di conoscenze, emozioni e di esperienze all'interno di ogni gruppo. Uno degli obiettivi è stato quello di costruire la competenza degli allievi circa la capacità di individuare una particolare situazione concettuale, attraverso molteplici rappresentazioni tra sistemi di segni (che sono i diversi registri semantici); questo ha implicato il saper leggere una poliforme trasformazione uno-a-molti di significato di un oggetto matematico.*
In un contesto didattico che ha voluto creare le condizioni per il raggiungimento di un'abitudine alla creazione, nonché al riconoscimento e alla gestione consapevole, del modello matematico, una metodologia, quale MERLO, ha anche favorito l'abitudine all'uso di un corretto linguaggio logico-matematico.

Parole chiave. *Argomentare, Condivisione di significato, Duvall, Isoperimetria, Merlo Project, Modello matematico*

Introduzione

In questo lavoro è descritto un laboratorio matematico rivolto a studenti di scuola secondaria di primo e secondo grado, progettato e realizzato da un gruppo di docenti che, nel corso del secondo anno del Master biennale di 2° livello per *Formatori in didattica della Matematica*, presso l'Università di Torino - Dipartimento di Matematica, ha preso parte alla ricerca e sperimentazione di un progetto denominato M.E.R.L.O. (*Meaning Equivalence Reusable Learning Object).*

L'obiettivo principale del lavoro si basa sull'uso di un innovativo strumento didattico e metodologico, appunto MERLO, il cui scopo è il riconoscimento di un significato condiviso attraverso dichiarazioni rappresentate in diversi sistemi di segni.

La creazione di questo percorso didattico scaturisce dalla volontà di rendere accattivante e inconsueto lo studio della matematica mediante pratiche didattiche laboratoriali integrate con questo nuovo strumento. Esso come vedremo, ha caratteristiche estremamente versatili e ben si presta ad essere utilizzato sia in forma di verifica formativa, sia come stimolo alla discussione di classe, sia come forma di ripasso di concetti e relativi significati. La caratteristica di MERLO è di attivare abilità e competenze, presenti anche a livello inconsapevole, attraverso il riconoscimento di un significato condiviso in diverse rappresentazioni semiotiche di un concetto.

È ben noto che il coordinamento di molteplici rappresentazioni dello stesso oggetto matematico in diversi registri semiotici è fondamentale per la comprensione e l'apprendimento del significato matematico sottostante (Duval, 2006). Inoltre, è anche ben riconosciuta l'importanza degli aspetti sociali nei processi di apprendimento umani, perché l'apprendimento sociale precede lo sviluppo delle competenze individuali (Vygotskij, 1934).

L'uso dello story-telling è risultato efficace per veicolare competenze. La leggenda su Didone ha permesso di affrontare il misconcetto relativo all'isoperimetria di figure piane, spesso, confusa con la loro equivalenza e viceversa.

Quadro teorico

La nostra proposta didattica trae origine da un lavoro di ricerca, condotto a partire dagli anni '90 presso l'Università di Toronto (Canada) dai docenti universitari Uri Shafrir (Ontario Institute for Studies in Education) e da Masha Etkind (Ryerson University - Department of Architectural Science) che ha portato all'elaborazione di uno strumento metodologico e didattico innovativo denominato MERLO. In tale progetto confluiscono gli esiti più significativi della ricerca su:

- la relazione tra gli aspetti cognitivi e affettivi nei processi di apprendimento, anche in contesti di difficoltà;
- il pensiero concettuale;
- la peer education;
- la Concept Science.

La metodologia Merlo esalta il modello educativo della *peer education*, in quanto, come dice Giorgio Chiari (Università di Trento) in *"Educazione interculturale e apprendimento cooperativo: teoria e pratica nella educazione tra pari"*, è volto ad attivare un processo spontaneo di passaggio di conoscenze, emozioni e di esperienze da alcuni membri di un gruppo ad altri membri. I benefici sono maggiori in presenza di una relazione positiva e di un bilanciamento di potere tra i partecipanti.

All'interno di un'attività Merlo si può rilevare la competenza degli allievi circa la capacità di individuare una particolare situazione concettuale, attraverso molteplici rappresentazioni tra sistemi di segni (che sono i diversi registri semantici); questo implica il saper leggere una poliforme trasformazione uno-a-molti di significato di un oggetto matematico.

Le attività MERLO (Arzarello, Kenett, Robutti, Shafrir, 2010) con lo scopo di migliorare l'apprendimento concettuale, si avvalgono dell'uso di un database multi-dimensionale, che permette la selezione e la mappatura dei concetti importanti rappresentati in diversi registri.

Il design di una scheda MERLO

Le attività MERLO si propongono di esplorare la comprensione profonda dei concetti matematici, attraverso il riconoscimento della comunanza di significato in diverse forme di rappresentazione.

Ciascuna attività è progettata in relazione a un certo concetto matematico e ai relativi nodi concettuali. Scelto il nodo è possibile creare un insieme con diverse forme di *rappresentazioni* che condividono lo stesso significato. Tale insieme viene detto Boundary of Meaning–BoM (vedi Fig.1), perché definisce il confine del significato condiviso. All'esterno del BoM, in un insieme disgiunto, stanno altre rappresentazioni-affermazioni che non hanno in comune alcuna radice semiotica con il concetto in questione, ma possono eventualmente contenere una somiglianza apparente dovuta alla presenza di termini o di registri comuni. Tutte le rappresentazioni, interne ed esterne al BoM, sono vere dal punto di vista matematico.

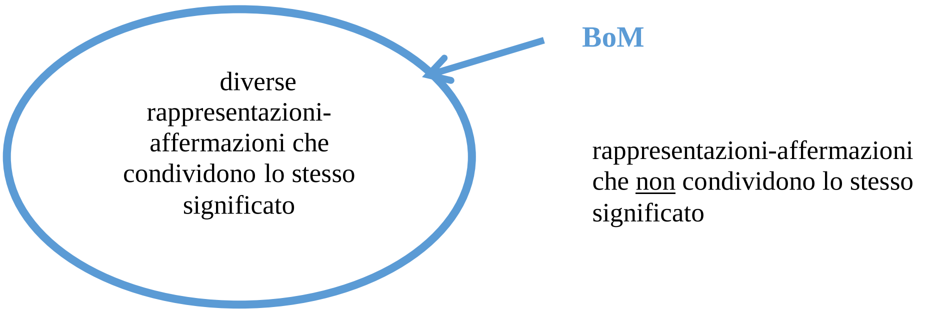


Fig. 1- BoM

La successiva costruzione di schede-quesito contenenti oggetti prelevati dai due insiemi disgiunti ha lo scopo di esporre lo studente al confronto tra oggetti interni ed esterni al BoM, in modo che egli possa**,** anche attraverso il dialogo tra pari**,** pervenire alla corretta individuazione delle rappresentazioni che condividono lo stesso significato. Una generica scheda MERLO (vedi Fig.2) è così composta:

1. un Target Statement (TS) che è una esemplificazione del concetto ;
2. 4 rappresentazioni, ciascuna delle quali può appartenere ad uno dei seguenti 4 tipi:
   - tipo Q1: *condivide un significato* (equivalent meaning) con il TS ed *ha una somiglianza di registro* (surface similarity) con il TS;
   - tipo Q2: *condivide un significato* (equivalent meaning) con il TS e *non ha una somiglianza di registro* (surface similarity) con il TS;
   - tipo Q3: *non condivide una equivalenza di significato* (equivalent meaning) con il TS ed ha una *somiglianza di registro* (surface similarity) con il TS;
   - tipo Q4: *non condivide una equivalenza di significato* (equivalent meaning) con il TS e non ha una *somiglianza di registro* (surface similarity) con il TS.

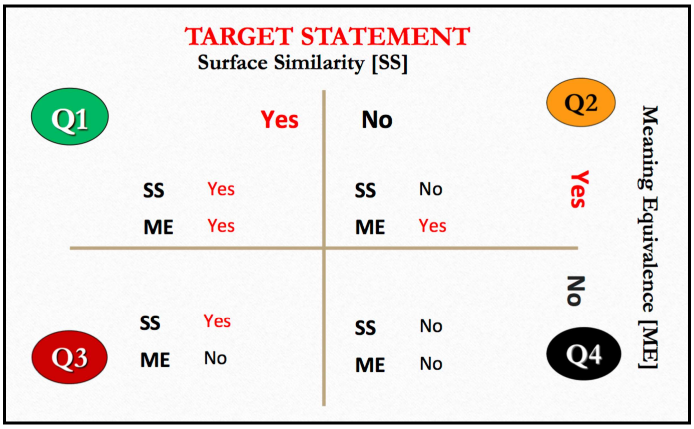


Fig.2 - MERLO Item family

Un esempio di scheda MERLO

Una tipica scheda MERLO è composta da una consegna e da 5 riquadri:

1. un target statement TS - dichiarazione bersaglio
2. 4 statements a scelta tra i tipi Q1, Q2, Q3, Q4.

In una stessa scheda–test MERLO possono essere presenti due o più statements di tipo Q2 insieme ad un numero variabile di Q3 e Q4. La prima parte della consegna chiede allo studente di individuare almeno due riquadri che condividono lo stesso significato con il TS, per indagare se i ragazzi riconoscono le diverse rappresentazioni semiotiche di un concetto matematico.

La seconda parte della consegna chiede di motivare la scelta ed è didatticamente molto importante, perché porta alla discussione delle ragioni di ciascuno studente e permette all'insegnante di apprezzare i collegamenti che i ragazzi costruiscono (eventualmente errati) tra concetti e rappresentazioni.

Di ogni scheda MERLO vengono prodotte due versioni, una per l'insegnante (vedi Fig.3) e una per gli studenti. Quella della Fig. 3 è la versione docente, perché contiene le etichette TS e i Qi (i= 1,2,3,4).

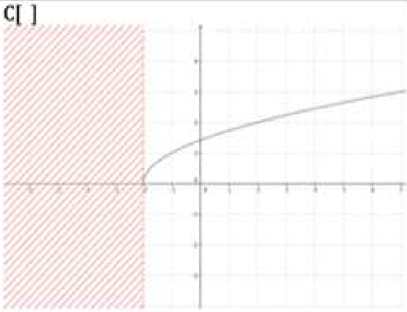
	TS	**Q2**
1. Segnare le affermazioni che condividono lo stesso significato matematico (due o più); 2. Indicare le ragioni che guidano nella scelta.	A[ ] $y = log(x+1)$ $x > -1$ condivisione di significato	B[ ] Data una funzione $f: X \rightarrow Y$ il dominio $X \subseteq \Re$ della funzione f è l'insieme: $D = \{x \in \Re / \exists y = f(x), y \in \Re\}$ condivisione di significato
Q2	**Q3**	**Q4**
C[ ]  condivisione di significato	D[ ] $y = \frac{x+3}{x-1}$ $x < -3 \quad x > 1$ distrattore	E[ ] $\lim_{x \to -\infty} log(x^2 - 1) = +\infty$ distrattore

Fig.3 - esempio di scheda MERLO docente

Nella versione studente i Ts e i Qi non compaiono e gli item sono mescolati.

Feedback per l'insegnante

Le attività MERLO forniscono utili informazioni agli insegnanti per valutare i problemi di comprensione degli studenti relativi a un preciso concetto matematico.

La valutazione formativa diventa, in questo modo, un processo contemporaneo e interno alla fase di costruzione del sapere intorno ad un concetto: i ripetuti feedback rendono formatrice l'azione dialogata di confronto con il proprio sapere in evoluzione e con il sapere dei compagni.

Se i ragazzi tralasciano di segnare alcune affermazioni di tipo Q2 significa che non riconoscono uno stesso concetto se si presenta sotto vesti diverse.

Se scelgono rappresentazioni di tipo Q3 significa che la comprensione è superficiale e influenzabile da rappresentazioni simili.

La scelta di un Q4 diventa significativa quando quest'ultimo, pur non presentando né una somiglianza di rappresentazione né un significato condiviso, è "vicino" all'ambito a cui appartiene il nodo concettuale.

Metodologia MERLO

Secondo la metodologia MERLO l'attività di classe si articola in tre fasi. La durata delle fasi dipende dal numero di schede su cui gli allievi sono chiamati a lavorare. Al fine di realizzare un percorso didattico di costruzione e ri-costruzione di significati matematici, è auspicabile che l'insegnante organizzi le attività con la classe intorno ad un numero variabile di schede sullo stesso concetto matematico.

1. Prima fase (individuale): ogni ragazzo riceve le schede ed è chiamato ad individuare quali riquadri siano legati da un concetto matematico riportando le riflessioni che lo hanno guidato nelle scelte. È importante insistere sulla richiesta di argomentazione (5 minuti per scheda);
2. Seconda fase (a piccoli gruppi, tre o quattro ragazzi): viene consegnata a ciascun gruppo una copia in bianco delle schede che, singolarmente, sono già state analizzate. I ragazzi devono confrontarsi per valutare se le scelte di ognuno sono condivise o meno dagli altri. Il gruppo può pervenire ad un'unica scelta condivisa da tutti oppure può mantenere la diversità di opinioni espresse dai singoli. Le argomentazioni di scelta condivisa o non condivisa vanno riportate sulla scheda;
3. Terza fase (classe intera): in una discussione aperta, in cui è fondamentale il ruolo dell'insegnante quale mediatore culturale, si raccolgono i punti di vista dei gruppi e dei singoli che non sono arrivati ad un accordo con il proprio gruppo. Segue ancora la fase di metacognizione volta al chiarimento e alla riflessione sul processo personale di costruzione del proprio sapere;

La seconda fase è quella della *peer cooperation* in cui gli individui, secondo un approccio vygotskijano, cercano di capirsi reciprocamente e costruiscono il significato attraverso la loro interazione con gli altri.

Destinatari

L'attività è stata svolta, durante l'anno scolastico 2014/2015 presso la scuola Secondaria di primo grado dell'Istituto Comprensivo Rodari di Baranzate (MI), in una classe terza composta da 17 alunni, di cui due neo arrivati da Egitto e Filippine, 1 alunno rom ripetente, 1 alunno DA, 1 alunno DSA e 3 alunni BES e all'inizio dell'anno scolastico 2015/2016 presso una prima liceo scientifico del Liceo G. Galilei di Alessandria composta da 26 studenti, una prima liceo scientifico del Liceo A. Volta di Lodi di 26 alunni e presso una prima dell'Istituto Tecnico Tecnologico G. Fauser di Novara formata da 21 studenti di cui uno DSA.

Finalità

- favorire un apprendimento cooperativo attraverso attività laboratoriali e utilizzando un nuovo strumento didattico e metodologico.

Obiettivi

- rafforzare il concetto di perimetro ed area
- riflettere sul concetto di isoperimetria ed equivalenza
- far emergere le competenze già possedute dai ragazzi riguardo la geometria analitica
- far emergere la competenza nell'uso di formule inverse e sottolinearne l'importanza
- richiamare i concetti di perimetro e area
- sottolineare il legame tra Algebra e Geometria, in particolare il ruolo dell'una come linguaggio descrittivo dell'altra
- indurre negli allievi la consapevolezza delle competenze già in loro possesso e stimolarli

all’acquisizione di nuove.

Attività e sperimentazione scuola secondaria di primo grado

La proposta didattica prende in considerazione il nucleo tematico “Spazio e Figure” in quanto, analizzando negli anni le prove di stato INVALSI del primo ciclo, si può osservare che la percentuale più alta di errori si riscontra proprio in ambito geometrico. Se si considerano le indicazioni nazionali della scuola secondaria di primo grado si può osservare come la geometria sia ampliamente sviluppata nel corso degli anni, ma in classe viene attuata attraverso esercizi ripetitivi, tecnici e avulsi da qualsiasi contesto reale e i libri ne sono testimonianza.

La geometria è vista dagli studenti come un formulario per trovare lunghezze, aree e volumi o come un insieme di termini da imparare quindi non suscita in loro nessun interesse o stimolo, anzi spesso è motivo di frustrazione e scoraggiamento, spesso ci troviamo di fronte ad alunni rinunciatari che sostengono di non *“capirci nulla di problemi”*.

Fondamentale, per un apprendimento significativo, è suscitare negli alunni curiosità nei confronti della matematica, lavorando sulla motivazione, fornendo stimoli e strumenti diversi allo scopo di valorizzare i diversi stili d’apprendimento.

L’idea di fondo è stata quella di partire da situazioni a-didattiche che contemplassero contemporaneamente piano e spazio per arrivare via via alla formalizzazione di quanto appreso e collegare tra loro gli apprendimenti avvenuti. La scelta di questo percorso nasce per stimolare la curiosità degli alunni sollecitandoli a porsi domande e cercare vie risolutive nelle quali la matematica è un mezzo che facilita le cose.

L’apprendimento è significativo se avviene per coinvolgimento diretto nella situazione, attraverso un processo dinamico in cui l’allievo è oggetto soggetto.

Anche le IINN sottolineano l’importanza di partire da situazioni reali e significative *“La costruzione del pensiero matematico è un processo lungo e progressivo nel quale concetti, abilità, competenze e atteggiamenti vengono … Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola.*”

Comenius Pestalozzi (pedagogista) sosteneva che *“la conoscenza deve cominciare attraverso i sensi, l’istruzione è vera se proviene dall’attività dei fanciulli, l’intuizione è una costruzione. Ci sono due modi di insegnamento, o andiamo dalle parole alle cose o dalle cose alle parole. Mio è il secondo metodo.”*

La metodologia adottata è di tipo laboratoriale e ha visto l’alternarsi di momenti di lavoro a piccoli gruppi ad altri di lavoro a classe intera, per garantire la cooperazione, il confronto tra i compagni offrendo l’opportunità a tutti di partecipare in prima persona discutendo e difendendo le proprie soluzioni proposte.

Il lavoro di gruppo stimola l’interazione tra gli studenti, e tra studenti ed insegnanti. Vygotskij, afferma che, “*essendo gli esseri umani inseriti in una matrice socioculturale, la formazione del bambino avviene attraverso la relazione, considerando quindi non solo la componente cognitiva, ma anche l’intreccio fra sviluppo emotivo e sviluppo cognitivo*”.

Massimi e minimi nel piano

Galileo in uno dei suoi libri (Discorsi e Dimostrazioni Matematiche 1638) parla della confusione che molti fanno tra area e perimetro, quindi solo se i concetti di perimetro ed area vengono messi a confronto possono reciprocamente chiarirsi.

«Quelli che non hanno nozioni di geometria, se devono determinare, come spesso accade, la grandezza di diverse città, intera cognizione gli par d’averne ogni volta che sanno la misura dei loro recinti, ignorando che può essere un recinto uguale a un altro, ma la piazza contenuta da questo,

assai maggiore della piazza contenuta da quello».

Area massima tra poligoni isoperimetrici

Come story-telling è stato scelto il *Mito di Didone* (vedi All.1). *"Giunsero in questi luoghi, ov'or vedrai sorger la gran cittade e l'alta rocca della nuova Carthago, che dal fatto Birsa nomassi, per l'astuta merce che, per fondarla, fèr di tanto sito quanto cerchiar di bue potesse un tergo"*. [Eneide libro I, versi 365-369].

Didone attraverso uno stratagemma matematico o meglio un calcolo matematico aveva risolto un problema di isoperimetria: determinare la figura piana di area massima avendo a disposizione un perimetro fissato.

Agli alunni ho posto la domanda *"Come avrà fatto Didone a fondare la città di Cartagine?"*. Tra le varie risposte ne ho scelta una che sembrava adatta per poter partire con l'osservazione *"taglio la pelle a pezzettini e li sparpaglio"*. Analizzando assieme alla classe il termine *"sparpaglio"*, si è giunti alla conclusione condivisa che questo modo di procedere presenta troppi fattori legati al caso e che quindi Didone si sarebbe basata sulla casualità e non avrebbe risolto il problema attraverso uno stratagemma matematico. Qualcuno ha proposto di tagliare tante strisce e legarle tra loro. Ne consegue allora un'altra domanda: *"Qual è la forma più conveniente da utilizzare come modello per la costruzione di Cartagine, sapendo che si ha a disposizione un perimetro ben definito?"*.

Per rispondere alla domanda gli alunni devono andare a determinare quale tra i poligoni isoperimetrici ha area massima.

A casa avevo fatto ritagliare delle strisce di cartoncino alte 1,5 cm e lunghe 25 cm, ho suddiviso la classe in gruppi di quattro e ho chiesto a ciascun gruppo di costruire quattro quadrilateri diversi tra loro e di indicarmi la caratteristica comune e di individuare il quadrilatero di area massima, dicendo loro che in questa fase non era necessario applicare formule e fare calcoli. In fase di discussione a classe intera è stato evidenziato da tutti che la caratteristica comune era il perimetro che non variava e quello di area massima il trapezio. La verifica è stata fatta per via empirica con pallini di colore diverso, arrivando ad osservare che la conclusione a cui erano arrivati era errata.

Il campo di indagine è stato ristretto ai soli rettangoli in quanto figure piane regolari e di semplice gestione per simulare l'esaustione di aree irregolari. Ho dato loro un "cordino", come Emma Castelnuovo suggerisce in tante sue attività e questa ricalca una classica ed efficacissima sua proposta didattica, legato alle estremità e ben teso tra le dita, avvicinando o allontanando le dita, (vedi Fig.4) i ragazzi sono arrivati ad osservare attraverso domande guidate che si formano tanti rettangoli isoperimetrici con basi e altezza diverse individuando i due casi limite di area zero, quelli in cui l'altezza si "schiaccia" sulla base e la base si "schiaccia" sull'altezza.

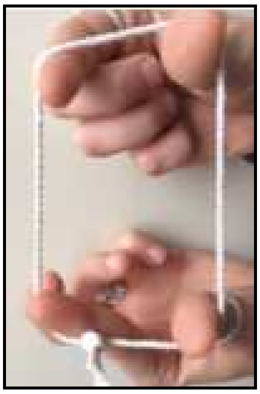


Fig.4 cordino

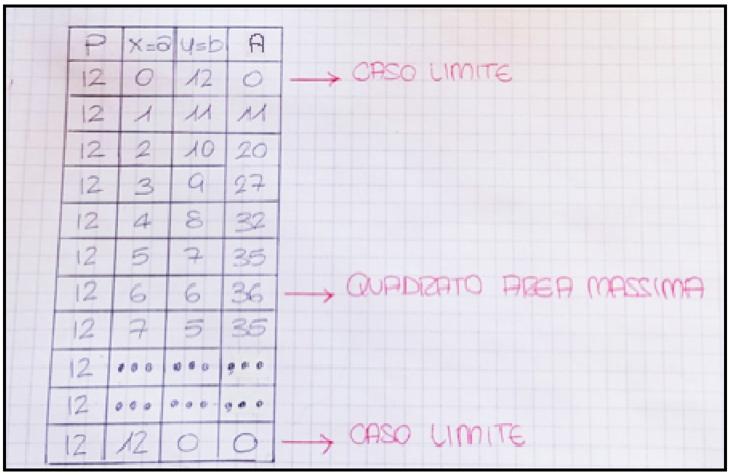
Gli alunni, suddivisi in piccoli gruppi, hanno lavorato per rispondere alla domanda *"Quale fra i* *rettangoli isoperimetrici ha area massima?"* Ad ogni gruppo è stata consegnata una scheda con indicazione di come procedere:

Prima consegna

- compilare una tabella di valori (vedi Fig.5);
- riportare il valore del semiperimetro, (perimetro assegnato 24 cm);
- le dimensioni dei rettangoli;
- le rispettive aree;
- individuare i casi limite;
- indicare rettangolo di area massima.

  Rispondere alle seguenti domande

  1. cosa succede se h o b hanno misura uguale a 12 cm?
  2. come varia la b al variare di h?
  3. i rettangoli isoperimetrici hanno medesima area?
  4. c'è un rettangolo che ha l'area massima?
  5. vi sono rettangoli equivalenti?



P	x=a	y=b	A
12	0	12	0
12	1	11	11
12	2	10	20
12	3	9	27
12	4	8	32
12	5	7	35
12	6	6	36
12	7	5	35
12	...	...	...
12	...	...	...
12	12	0	0

Fig.5 - tabella valori rettangoli isoperimetrici

Seconda consegna

- costruire su cartoncino i diversi rettangoli individuati e incollarli su carta millimetrata (vedi Fig.6) ;
- unire i vertici liberi;
- scrivere le coordinate dei vertici liberi e osservare la caratteristica comune;

  Rispondere alle seguenti domande;

  1. unendo i vertici liberi che curva ottieni?
  2. quale operazione ti ha permesso di determinare la caratteristica comune?
  3. il risultato dell'operazione a cosa corrisponde?
  4. scrivi la relazione tra base altezza (puoi indicare con *x* il valore della base, con *y* il valore dell'altezza e con k il risultato dell'operazione);
  5. scrivi le coordinate dei casi limite;
  6. a che cosa corrisponde il valore sull'asse delle *x* e delle *y*?

Per determinare la caratteristica comune ho suggerito agli allievi di avvalersi delle quattro operazioni.

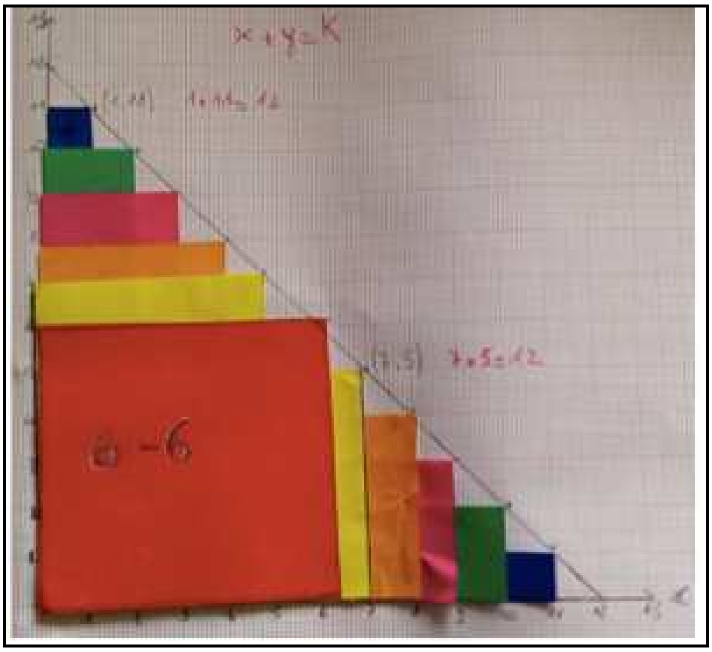


Fig.6 - curva rettangoli isoperimetrici

Osservazioni: nessun gruppo ha compilato la tabella utilizzando valori decimali per le dimensioni di base e altezza, ma solo valori interi, questo è stato oggetto di discussione. Ho fatto osservare il grafico che avevano costruito e ho chiesto loro se tra un rettangolo e l'altro era possibile inserire altri rettangoli e in caso affermativo che valori avrebbero assunto le dimensioni.

Il campo di indagine è proseguito con i triangoli, sempre in gruppo i ragazzi hanno costruito i diversi triangoli isoperimetrici che sono stati riempiti con pallini di diverso colore per concludere che a parità di perimetro il triangolo equilatero è quello di area massima. A ciascun gruppo ho consegnato un cartoncino, un cordino e una scheda di lavoro:

- disegnare sul foglio un segmento (base del triangolo) di lunghezza pari alla metà della misura del cordino;
- fissare il cordino ai due estremi del lato;
- inserire una matita nel cordino e muoverla lungo il foglio.

Rispondere alle seguenti domande

1. che curva si ottiene? (vedi Fig.7)
2. i punti della curva che cosa rappresentano?
3. quale triangolo ha area massima?

In questa fase ho tralasciato la ricerca della relazione algebrica e relativa funzione.

Dopo queste due prime fasi di lavoro, gli alunni hanno osservato che "*a parità di perimetro il poligono regolare è quello di area massima*". Ho chiesto se il cerchio si poteva considerare un poligono regolare e di motivare la risposta, la verifica è stata fatta con il software GeoGebra. I discenti hanno quindi lavorato individualmente per rispondere alla domanda: "*tra i poligoni regolari isoperimetrici chi ha area massima?*". Ho limitato il calcolo all'area del triangolo equilatero, quadrato e cerchio consentendo l'uso della calcolatrice. Tutti hanno evidenziato che a parità di perimetro il cerchio è quello di area massima.

Questa ultima fase ha permesso di rispondere all'iniziale domanda: Didone ha fondato Cartagine, delimitando una vasta zona, a forma di semicerchio affacciata sul mare, che aveva come diametro la riva del mare.

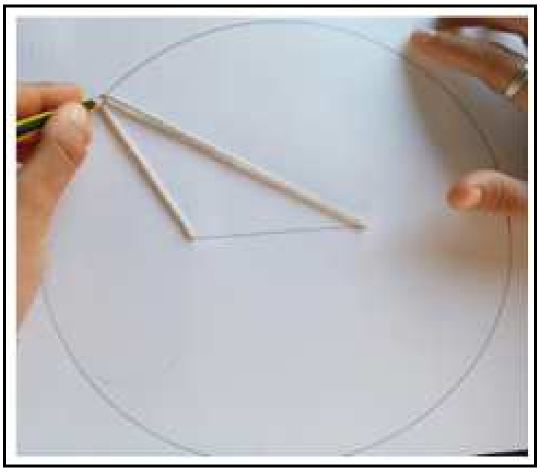


Fig.7 curva triangoli isoperimetrici

Dal Dialogo "Intorno a due nuove scienze" di Galileo Galilei:

"Il ché accade non solamente fra le superficie irregolari, ma fra le regolari, delle quali quelle di più lati sono sempre più capaci di quelle di manco lati, sì che in ultimo il cerchio […] è capacissimo sopra tutti gli altri poligoni di egual circuito" (citazione tratta da E. Castelnuovo, "Pentole, ombre, formichine" In viaggio con la matematica, La Nuova Italia,1998, p. 39).

Perimetro minimo tra poligoni equiestesi

Il problema di trovare tra famiglie di figure isoperimetriche (rettangoli, quadrilateri, poligoni regolari ecc.) quella di area massima ha un corrispettivo duale: trovare tra le figure equiestese di una data famiglia quella di perimetro minimo. I due problemi sono strettamente legati e la soluzione di uno è anche la soluzione dell'altro.

Ho posto ora il problema: *chi tra i poligoni equiestesi ha perimetro minimo*?

La classe è stata ancora suddivisa in gruppi piccoli. Ad ogni gruppo è stata consegnata una scheda per analizzare chi "*tra i rettangoli equiestesi ha perimetro minimo*" con indicazione di come procedere:

- Costruire una tabella dei valori (assegno due valori di area 36 cm^2 e 100 cm^2).
- Riportare i valori su un piano cartesiano e costruire i relativi rettangoli.
- Unire i vertici liberi.
- Osservare la proprietà delle coordinate dei vertici liberi.

Rispondere alle seguenti domande

1. come varia la b al variare di h?
2. i rettangoli equiestesi hanno medesimo perimetro?
3. c'è un rettangolo che ha perimetro minimo? (vedi Fig.8)
4. vi sono rettangoli isoperimetrici?
5. unendo i vertici liberi che curva ottieni? (vedi Fig.9)

Due gruppi hanno lavorato utilizzando come valore di area 36 cm^2 e gli altri due valore100 cm^2 per avere grafici da confrontare. In questa fase ho dovuto aiutare due gruppi perché non riuscivano a comprendere come compilare la tabella, ho suggerito di richiamare alla memoria come si calcola l'area di un rettangolo e procedere come nella tabella dei rettangoli isoperimetrici. Ciascun gruppo ha presentato il proprio lavoro osservando che il quadrato è quello di perimetro minimo. Due gruppi alla prima domanda hanno risposto "*se la base raddoppia, l'altezza dimezza e se triplica invece è un* *terzo”* quindi *“base e altezza con area costante rappresentano una proporzionalità inversa”*.

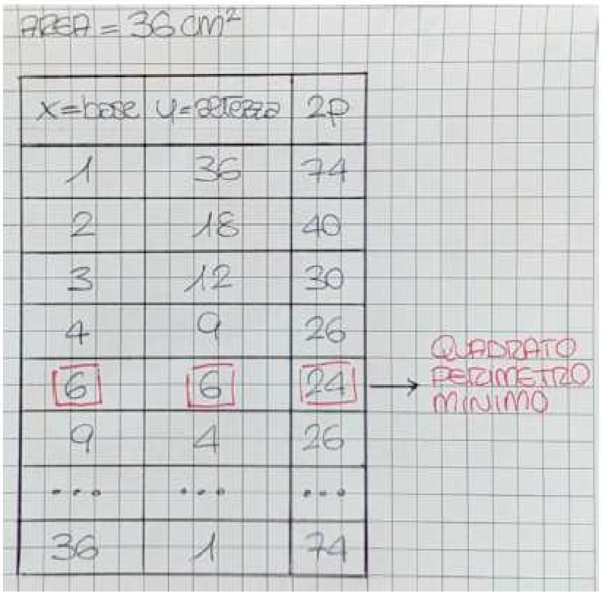


Fig.8 - tabella rettangoli equiestesi **Fig.9 - curva rettangoli equiestesi**

Per i triangoli equiestesi mi sono avvalsa di un modello (vedi Fig.10), per discutere a classe intera, in una fase successiva, ponendo le seguenti domande:

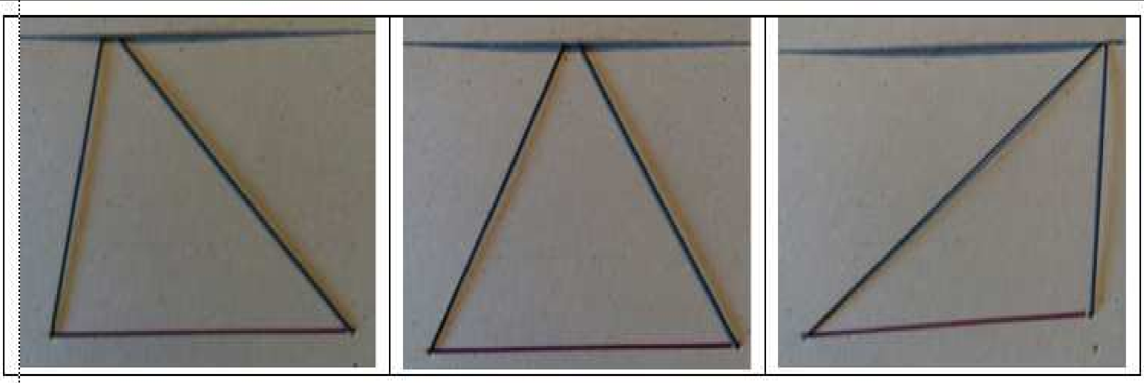


Fig.10 - triangoli equiestesi

1. muovendo il cordino che triangoli si formano?
2. pensi che i triangoli abbiano la stessa area? Motiva la tua risposta.
3. quale triangolo secondo voi ha la misura del perimetro minima?

La difficoltà maggiore per alcuni è stata quella di individuare equivalenza dei triangoli, quindi ho fatto disegnare sul quaderno almeno quattro triangoli che avevano osservato, riproponendo la stessa condizione, e di ciascuno tracciare l’altezza relativa alla base utilizzando colori diversi (vedi Fig.11).

Osservata la dualità del problema alcuni allievi sono arrivati alla risposta della domanda iniziale formulando quanto segue “*tra i poligoni isoperimetrici i poligono regolari sono quelli che hanno area massima e il cerchio è quello di area massima mentre tra i poligoni regolari equiestesi il cerchio ha perimetro minimo”*.

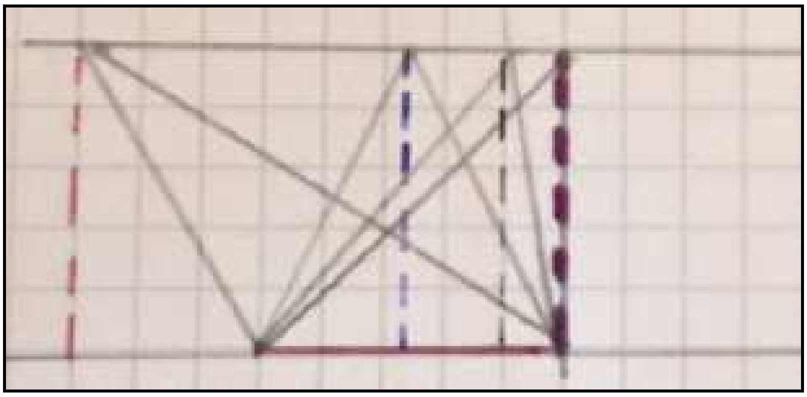


Fig.11 - triangoli e relative altezze

Verifica

A fine percorso sono state consegnate delle schede Merlo su i seguenti nodi concettuali: rettangoli isoperimetrici, rettangoli equivalenti-proporzionalità inversa, triangoli equivalenti.

Alla somministrazione delle schede non hanno partecipato cinque alunni in quanto: uno assente perché ritornato al paese di origine per un breve periodo e quattro non hanno partecipato a buona parte di questa sperimentazione perché seguivano lezioni di L2 e pure assenti durante la fase della verifica, hanno partecipato comunque ad altre attività durante la seconda parte del quadrimestre con relative schede.

La somministrazione delle schede ha seguito la metodologia MERLO, fase individuale, fase di gruppo, fase a classe intera e la valutazione è stata di tipo formativo.

Dopo un primo stupore degli alunni di fronte a un compito insolito, in cui non viene chiesto di applicare formule e fare calcoli, ho notato un notevole impegno da parte di tutti per cercare di riflettere e individuare i riquadri riferibili allo stesso oggetto matematico, la maggior difficoltà riscontrata è quella relativa all'argomentazione.

Rettangoli isoperimetrici SA

1. Segnare le rappresentazioni che condividono lo stesso significato (due o più);
2. Indicare le ragioni che guidano nella scelta.

TS

A[ ]

x	y
6	0
5	1
4,5	1,5
3	3
2,75	3,25
2	4
1	5
0	6

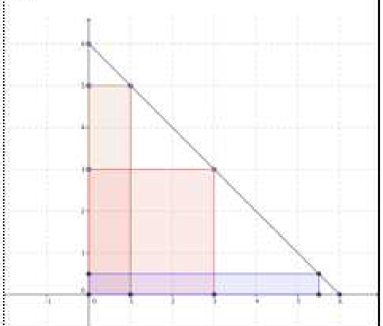
Q2

B[ ]

y= k – x

Q2

C[ ]



Q3

D[ ]

x	y
1	9
1,8	5
2,25	4
3	3
4	2,25
5	1,8
9	1

Q2

E [ ]

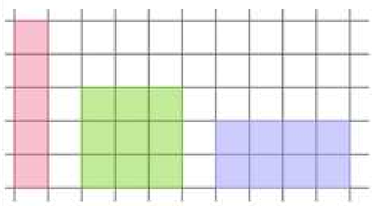


Fig.12 - scheda studente Rettangoli isoperimetrici

Il nodo concettuale della scheda si riferisce ai rettangoli isoperimetrici (vedi Fig.12).
La maggiore criticità (vedi Fig.13) si evidenzia nel riquadro [E] non vengono riconosciuti i rettangoli isoperimetrici e riquadro [B] non viene riconosciuta la relazione algebrica. Più della metà individua correttamente il concetto matematico, il 30% non dà motivazione della scelta.

	rettangoli isoperimetrici						
ID studente	TS[A]	Q2 [C]	Q2[E]	Q2[B]	Q3[D]	tot	percentuale
1	1	1	1	0	1	4	80
2	1	1	0	0	1	4	80
3	0	0	1	1	0	2	40
4	1	1	1	1	1	5	100
5	1	0	0	0	0	1	20
6	1	1	1	1	1	5	100
7	1	1	0	1	0	3	60
8	1	1	1	0	1	4	80
9	1	0	0	0	0	1	20
10	1	1	0	1	1	4	80
11	1	1	1	1	1	5	100
12	0	1	1	1	1	4	80
media	0,8	0,8	0,6	0,6	0,7	3,5	

Fig.13 analisi schede individuali

Nella fase di gruppo (omogenei per consentire a tutti di esprimere le proprie idee) solo un gruppo non ha individuato il riquadro [E] quindi non ha compilato correttamente la scheda. La fase di confronto tra i gruppi è stata fondamentale e significativa, gli alunni sono stati in grado di confrontarsi e sostenere le proprie convinzioni, ma allo stesso tempo è stato anche un momento di negoziazione di idee che in alcuni casi ha visto un cambio di opinione di fronte ad una argomentazione ritenuta corretta. L'alunno con DSA (ID 6) è stato capace di compilare correttamente la scheda ma non di motivare le scelte ed individuare il concetto alla base delle schede.

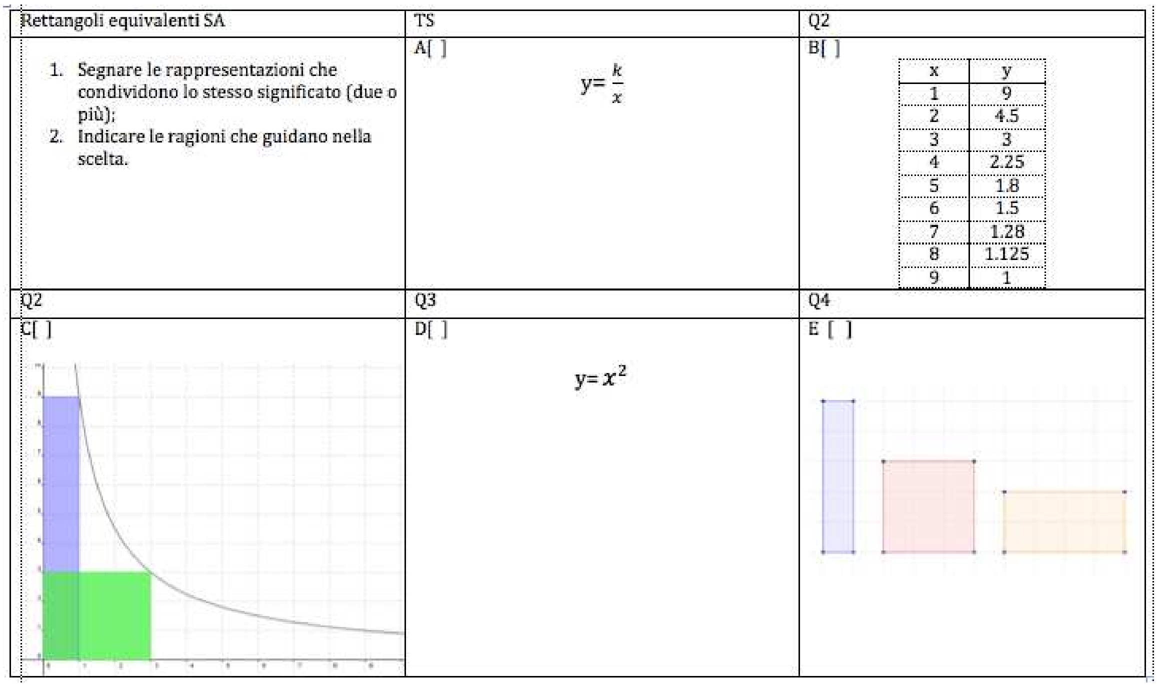


Fig.14 - scheda studente Rettangoli equivalenti

Il nodo concettuale della scheda (vedi Fig.14) si riferisce alla proporzionalità inversa riferibile ai rettangoli equivalenti. La scheda non ha presentato particolari difficoltà (vedi Fig.15) nella ricerca del nodo concettuale in quanto un discreto numero di allievi ha motivato le scelte individuando la proporzionalità inversa, alcuni non sono riusciti a vedere la relazione matematica e dato più preoccupante vedere il riquadro [E] come rappresentazione di rettangoli equivalenti.

	rettangoli equivalenti						
ID studente	TS[A]	Q2[D]	Q2[B]	Q3[A]	Q4[C]	tot	percentuale
1	0	1	1	0	0	2	40
2	0	1	1	1	1	4	80
3	0	0	1	0	0	1	20
4	1	1	1	1	1	5	100
5	1	0	0	0	0	1	20
6	1	0	1	1	0	3	60
7	1	1	1	1	1	5	100
8	0	1	1	1	0	3	60
9	1	1	1	1	1	5	100
10	1	1	1	1	1	5	100
11	1	1	1	1	1	5	100
12	1	1	1	1	1	5	100
media	0,67	0,75	0,92	0,75	0,58	3,67	

Fig.15 analisi schede individuali

Il nodo concettuale della scheda si riferisce all'equivalenza dei triangoli (vedi Fig.16). Nel riquadro [C] gli allievi (vedi Fig.17) non sono stati in grado di osservare, mediante un semplice calcolo, che l'area dei due triangoli è uguale. Questo errore, fatto anche nella scheda precedente, mi ha fatto riflettere sul fatto che occorre proporre maggiori situazioni in cui, per determinare area e perimetro, non sempre è necessario conoscere la lunghezza di base e altezza, ma bastano dei riferimenti, come in questo caso, rappresentato dai quadretti. Il riquadro [E] è stato visto come triangoli di ugual estensione.

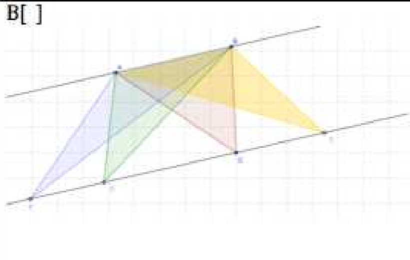
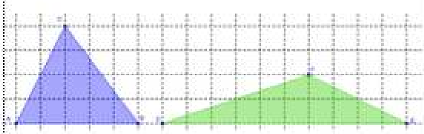
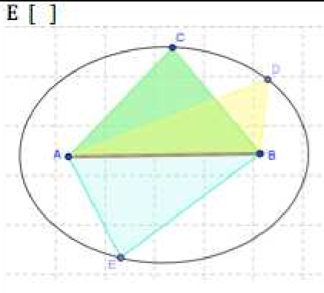
Triangoli equivalenti SA	TS	Q2
1. Segnare le rappresentazioni che condividono lo stesso significato (due o più); 2. Indicare le ragioni che guidano nella scelta.	A[ ] Due triangoli sono equivalenti se occupano la stessa parte di piano	B[ ] 
Q2	Q3	Q4
C[ ] 	D[ ] Due triangoli sono congruenti se sovrapponendoli essi coincidono	E [ ] 

Fig.16 - scheda studente Triangoli equivalenti

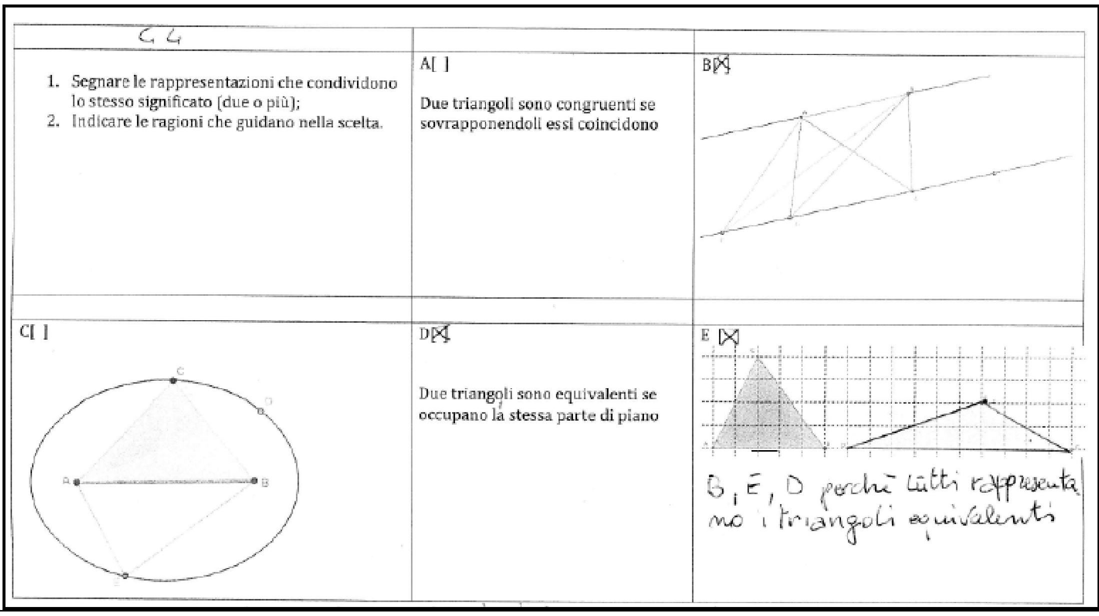
	equivalenza triangoli						
ID studente	TS[A]	Q2[C]	Q2[B]	Q3[D]	Q4[E]	tot	percentuale
1	1	0	0	0	0	1	20
2	1	0	1	1	1	4	80
3	1	0	1	1	0	3	60
4	1	0	1	1	0	3	60
5	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	0	0	1	20
7	1	1	0	1	0	3	60
8	1	1	0	1	1	4	80
9	1	1	1	1	0	4	80
10	1	0	1	1	0	3	60
11	1	0	1	1	1	4	80
12	1	1	1	1	1	5	100
media	0,8	0,3	0,7	0,8	0,3	2,9	

Fig.17 - scheda analisi alunni

Nella fase di gruppo, un alunno che aveva individualmente compilato e argomentato correttamente la scheda non è stato in grado di sostenere le sue motivazioni, per cui il gruppo non è arrivato ad una soluzione condivisa ed ognuno ha mantenuto le proprie convinzioni.

Qui sotto (vedi Fig.18) sono riportate le osservazioni di solo tre gruppi perché due gruppi sono giunti alle medesime considerazioni.

G 3
JOEL DICE CHE B SONO TRIANGOLI EQUIVANTI
E E SONO ISOPERIMETRICI
PER NOI SONO TUTTI E DUE EQUIVALENTI



ABBIAMO SCELTO L' IMMAGINE B-C PERCHÉ NELLA B CI SONO TRIANGOLI CHE SI POSSONO SPOSTARE FRA DUE RETTE PARALELE, MENTRE NEL C I TRIANGOLI SI SPOSTANO NEL ELISSE

Fig.18 - risposte gruppi

Due gruppi individuano come comunanza di significato la congruenza tra i riquadri [B] e [C]: questo errore è stata una favorevole occasione per rivedere e ripassare i concetti di congruenza ed equivalenza, che per molti è ancora motivo di confusione. Alla LIM ho chiesto ad un alunno di ricostruire con GeoGebra il triangolo tra due rette parallele e di muovere il vertice libero, osservando che cosa restava invariato, per il riquadro [E] ho fatto riutilizzare il modello predisposto per la sperimentazione. Con questi due modelli dinamici i ragazzi sono arrivati alla conclusione che nel primo caso i triangoli rappresentati sono equivalenti mentre nel secondo sono isoperimetrici. Il successivo è stato quello di analizzare la definizione di congruenza e di individuare figure congruenti utilizzando come modelli libri e quaderni.

Sperimentazione nella secondaria di secondo grado

L'attività "Mito di Didone" è stata utilizzata come modulo di accoglienza a inizio anno scolastico in due classi prime di Liceo Scientifico e una classe prima di Istituto Tecnico Industriale, gli alunni coinvolti sono 70. La nostra esperienza didattica ci ha condotto a riflettere su un tipico misconcetto degli allievi che spesso confondono area con perimetro, figure equivalenti con figure isoperimetriche.

Iniziare l'anno scolastico con questa attività ci ha permesso di richiamare alcuni concetti fondamentali e di introdurre un aspetto a volte trascurato: il legame esistente tra geometria e algebra, materie spesso considerate dagli studenti a intersezione vuota.

L'uso dello story-telling, come metodo per veicolare competenze, ha favorito molto il nostro approccio iniziale con loro, allentando le tensioni che di solito caratterizzano l'inizio di un nuovo percorso scolastico, e predisponendo gli studenti ad un lavoro proficuo e attento.

Il tipo di didattica messa in atto ci ha permesso di favorire la conoscenza reciproca e l'integrazione degli studenti spesso provenienti da realtà quanto mai diversificate.

L'itinerario didattico seguito è stato simile, con gli ampliamenti del caso, a quello della secondaria di primo grado, questo il sommario del modulo didattico (vedi Fig.19):

Fig.19 - sommario

Al fine di facilitare il lavoro degli studenti nella registrazione dei risultati di volta in volta ottenuti, abbiamo loro fornito il seguente file *Attività il mito di Didone* in formato elettronico. Quest'ultimo è stato da loro completato con foto, file di GeoGebra e tabelle, mentre tutto il materiale prodotto è stato depositato in un repository (dropbox, moodle, google drive...).

Durante le discussioni sono emerse le competenze e i misconcetti già presenti nei ragazzi e questo ha permesso anche a noi docenti di fare il focus sulle azioni didattiche da intraprendere. Il nostro ruolo è stato quello di tutors e moderatori, volto a condurli verso percorsi concettuali corretti. Nella versione studente i Ts e i Qi non compaiono e gli item sono mescolati.

Produzione dei ragazzi

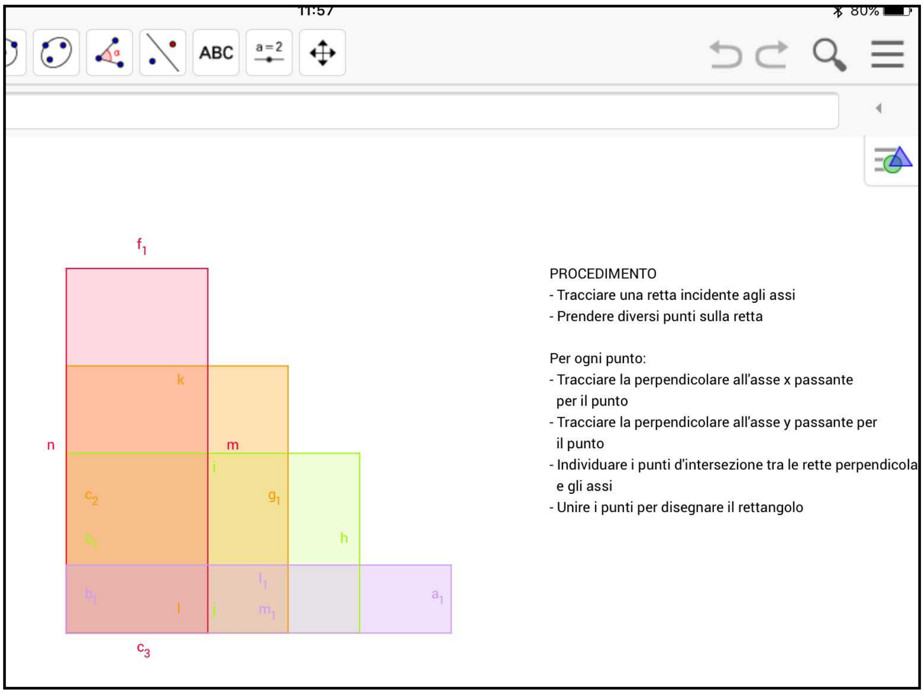
Questa attività ha visto la partecipazione attiva ed entusiasta dei ragazzi, oltre che una produzione vastissima di materiali. Chi non possedeva connessione o PC poteva eseguire il lavoro sul quaderno e poi caricare il materiale utilizzando il cellulare o i PC della scuola.

Domande:

1. *Come avrà fatto Didone a fondare la città di Cartagine?*
2. *Qual è la forma più conveniente da utilizzare come modello per la costruzione di Cartagine, sapendo che si ha a disposizione un perimetro ben definito?*

Risposte degli allievi:

1. *Annalisa: usare la pelle come tenda in modo da sfruttarne l'ombra (in certe ore l'ombra è maggiore della superficie reale) obiezione: in certe altre ore l'ombra occupa una superficie minore di quella reale.*
2. *Davide: cucire più pelli di bue*
   Obiezione: Didone ha a disposizione solo una pelle di bue
3. *Andrea: tagliare la pelle in strisce il più sottili possibile per poter occupare una maggior porzione di terreno.*



Di seguito qualche commento dei ragazzi (vedi Fig.20):

- ***………***
- *scrivete le coordinate di questi vertici, qual è la caratteristica comune?*
  A(11;1) B(10;2) C(9;3) D(8;4) E(7;5) F(6;6)

Abbiamo notato che le coordinate dei vertici non appartenenti agli assi corrispondono alle misure delle dimensioni dei rispettivi quadrilateri. Dunque:

se: ***x=b y=h***

allora ***2(b+h)= 2(x+y)= 2p***

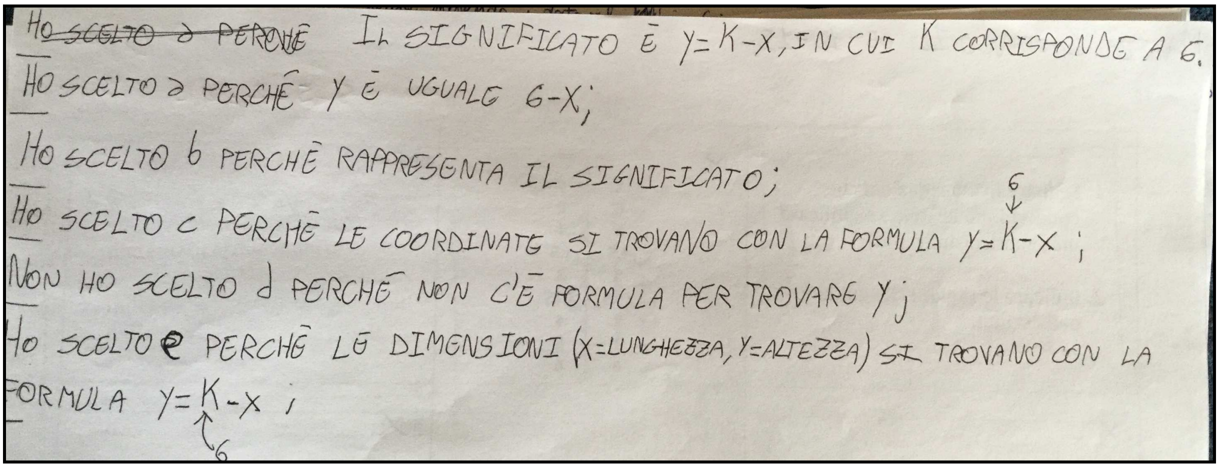
Fig.20 - commento studenti

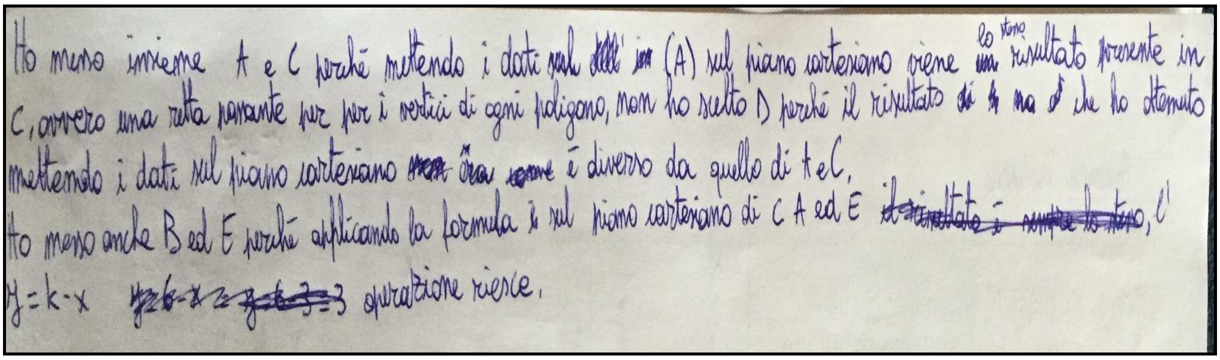
Verifica

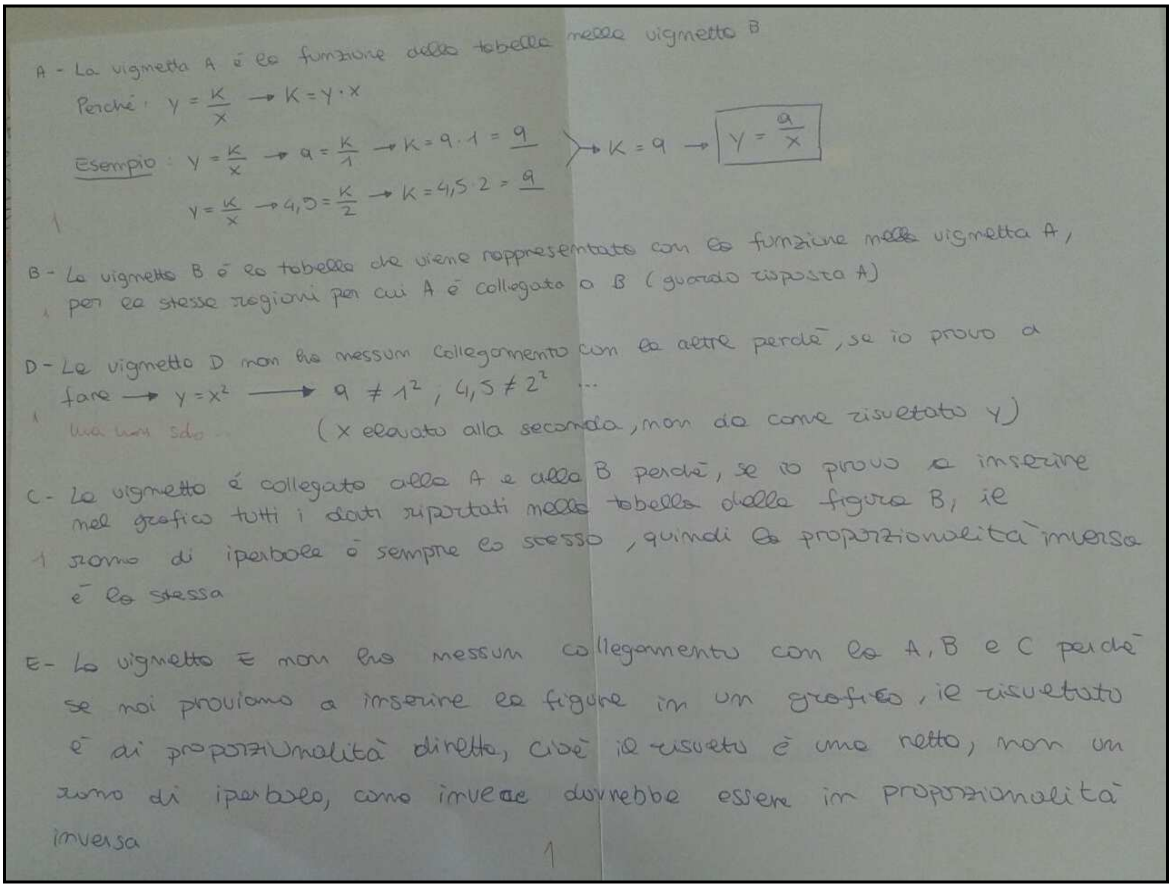
Alla fine dell'attività sono stati proposti i quesiti Merlo precedentemente visti per verificare l'acquisizione dei concetti trattati durante la proposta didattica.

Gli studenti, dopo qualche incertezza dovuta al carattere inconsueto della verifica, hanno risposto in maniera adeguata e attenta.

Ecco alcune loro motivazioni sulla scelta dei riquadri:


~~HO SCELTO a PERCHÉ~~ IL SIGNIFICATO È Y=K-X, IN CUI K CORRISPONDE A 6.
HO SCELTO a PERCHÉ Y È UGUALE 6-X;
HO SCELTO b PERCHÉ RAPPRESENTA IL SIGNIFICATO;
HO SCELTO c PERCHÉ LE COORDINATE SI TROVANO CON LA FORMULA Y=K-X;
NON HO SCELTO d PERCHÉ NON C'È FORMULA PER TROVARE Y;
HO SCELTO e PERCHÉ LE DIMENSIONI (X=LUNGHEZZA, Y=ALTEZZA) SI TROVANO CON LA FORMULA Y=K-X;


Ho messo insieme A e C perché mettendo i dati ~~[illegible]~~ (A) sul piano cartesiano viene ~~un~~ lo stesso risultato presente in C, ovvero una retta passante per per i vertici di ogni poligono, non ho scelto D perché il risultato ~~[illegible]~~ ma che ho ottenuto mettendo i dati sul piano cartesiano ~~[illegible]~~ ~~come~~ è diverso da quello di A e C.
Ho messo anche B ed E perché applicando la formula ~~[illegible]~~ sul piano cartesiano di C A ed E ~~il risultato è sempre lo stesso~~, l'
y=k-x ~~y=6-x=y=6-3=3~~ operazione riesce.



A - La vignetta A è la funzione della tabella nella vignetta B

Perché: $y = \frac{K}{x} \rightarrow K = y \cdot x$

Esempio: $y = \frac{K}{x} \rightarrow 9 = \frac{K}{1} \rightarrow K = 9 \cdot 1 = 9$

$y = \frac{K}{x} \rightarrow 4{,}5 = \frac{K}{2} \rightarrow K = 4{,}5 \cdot 2 = 9$ $\rightarrow K = 9 \rightarrow \boxed{y = \frac{9}{x}}$

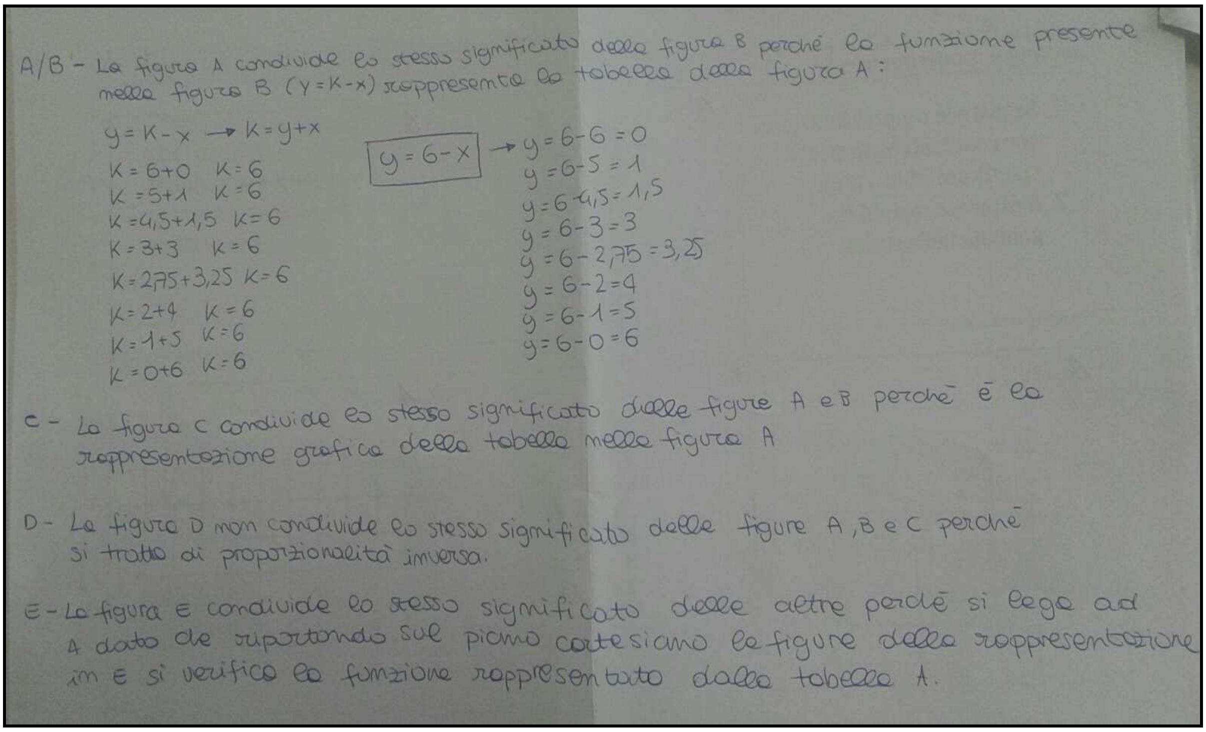
B - La vignetta B è la tabella che viene rappresentata con la funzione nella vignetta A, per la stesse ragioni per cui A è collegata a B (guarda risposta A)

D - La vignetta D non ha nessun collegamento con le altre perché, se io provo a fare $\rightarrow y = x^2 \longrightarrow 9 \neq 1^2 ; 4{,}5 \neq 2^2$ ...

(x elevato alla seconda, non da come risultato y)

C - La vignetta è collegata alla A e alla B perché, se io provo a inserire nel grafico tutti i dati riportati nella tabella della figura B, il ramo di iperbole è sempre lo stesso, quindi la proporzionalità inversa è la stessa

E - La vignetta E non ha nessun collegamento con la A, B e C perché se noi proviamo a inserire le figure in un grafico, il risultato è di proporzionalità diretta, cioè il risultato è una retta, non un ramo di iperbole, come invece dovrebbe essere in proporzionalità inversa



A/B - La figura A condivide lo stesso significato della figura B perché la funzione presente nella figura B ($y = K - x$) rappresenta la tabella della figura A:

$y = K - x \rightarrow K = y + x$

$K = 6+0 \quad K = 6$
$K = 5+1 \quad K = 6$
$K = 4{,}5+1{,}5 \quad K = 6$
$K = 3+3 \quad K = 6$
$K = 2{,}75+3{,}25 \quad K = 6$
$K = 2+4 \quad K = 6$
$K = 1+5 \quad K = 6$
$K = 0+6 \quad K = 6$

$\boxed{y = 6 - x} \rightarrow y = 6-6 = 0$
$y = 6-5 = 1$
$y = 6-4{,}5 = 1{,}5$
$y = 6-3 = 3$
$y = 6-2{,}75 = 3{,}25$
$y = 6-2 = 4$
$y = 6-1 = 5$
$y = 6-0 = 6$

C - La figura C condivide lo stesso significato delle figure A e B perché è la rappresentazione grafica della tabella nella figura A

D - La figura D non condivide lo stesso significato delle figure A, B e C perché si tratta di proporzionalità inversa.

E - La figura E condivide lo stesso significato delle altre perché si lega ad A dato che riportando sul piano cartesiano le figure della rappresentazione in E si verifica la funzione rappresentata dalla tabella A.

Fig.21 - risposte alunni

I risultati sono stati molto soddisfacenti, quasi tutti gli studenti, infatti, hanno individuato correttamente gli item in condivisione di significato.

Nella tabella seguente (vedi Fig.22) si osservano le percentuali dei risultati:

	Rettangoli isoperimetrici		Rettangoli equiestesi	
	Percentuale Item correti	Percentuale motivazioni correte	Percentuale Item correti	Percentuale motivazioni correte
Liceo Scientifico Galielo Galilei Alessandria	80	73	98	62
Liceo Scientifico A. Volta Lodi	85	80	90	85
Istituto Teconologico G. Fauser Novara	93	87	96	64

Fig.22 - le percentuali dei risultati

Valutazione con bersaglio

Il gruppo dei docenti ha pensato, sin dalle prime sperimentazioni di somministrazione in classe, ad una possibile modalità valutativa da abbinare a ciascuna scheda, utilizzando una griglia di correzione che tenesse in considerazione la distanza dal TS (vedi Fig.23).

Le difficoltà maggiori riguardano una classificazione univoca nel riconoscere i vari Q2 in base ad una griglia precostituita che non tenga conto dello stile della didattica del docente somministratore.

Una proposta del gruppo è stata:

- item vicino al centro (livello 1): semplice cambiamento di registro;
- item a distanza media dal centro (livello 2): cambiamento del contesto, situazioni problematiche con nodo concettuale non evidente;
- item lontano dal centro (livello 3): necessità di passaggi rielaborativi, sia concettuali che grafici e di calcolo.

Volendo fare un'ipotesi di valutazione seguendo i seguenti criteri, ho suddiviso il punteggio da assegnare in due parti, ognuna delle quali concorresse per il 50% al voto finale, la valutazione risulta quindi somma di un punteggio derivante dalla corretta individuazione degli statements (quelli segnati e non) e di una corretta argomentazione.

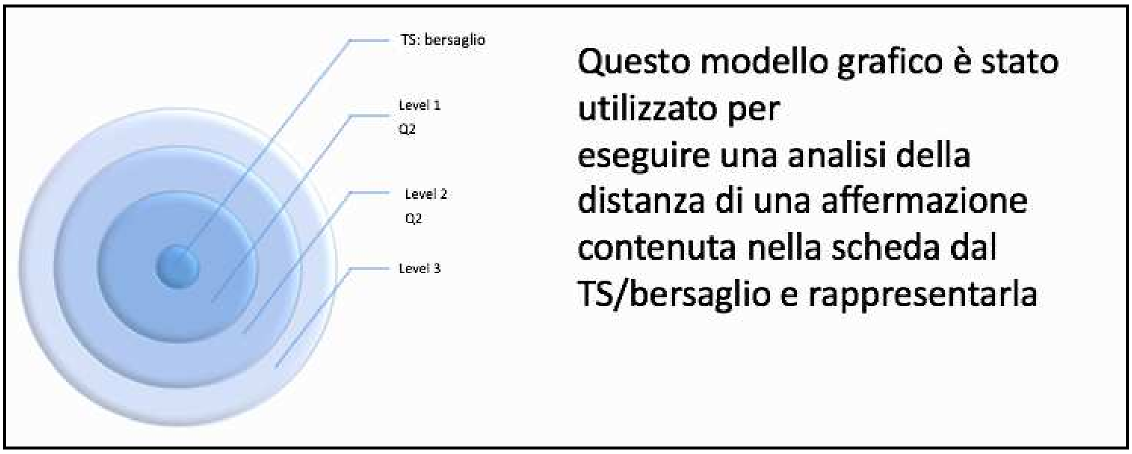


Fig.23 - bersaglio

Nello specifico:

valutazione per corretta individuazione statement

- punti 0,5 per esatta individuazione statement più vicino al TS
- incremento di 0,5 per ogni corretta individuazione di statement a livelli superiori, cioè più distanti
- punti 0,5 per corretta individuazione di statement esterni al confine di significato

valutazione per argomentazione

- punti 1 per ogni corretta ed esauriente argomentazione.

Conclusione

Avendo sperimentato le schede Merlo sia in questa attività che durante tutto l'anno scolastico 2014/2015 con classi sia di primaria che di secondaria (anche tipologie di scuola differenti) possiamo ritenere che punto di forza di questa attività sono sia la ricerca dello stesso significato matematico con rappresentazioni diverse che la discussione che emerge dalle motivazioni di scelte dei ragazzi.

È evidente che l'uso dei quesiti Merlo non si adatta, come anche per i quesiti Invalsi, ad una didattica tradizionale; l'utilizzo di questa metodologia porta ad una didattica laboratoriale che conduca i ragazzi alla scoperta del pensiero matematico.

La discussione che segue in classe in seguito all'utilizzo delle schede Merlo dovrebbe diventare momento centrale e dovrebbe rientrare nell'azione educativa dell'attività Merlo, al fine di educare all'argomentazione e alla creazione di un pensiero con logico-matematico. La capacità di argomentare può essere educata e l'introduzione di Merlo nella pratica didattica attiva proprio questa abilità.

Dichiarazione di conflitti di interesse

Gli autori dichiarano di non avere conflitti di interesse rispetto la paternità o la pubblicazione di questo articolo.

Deposito dei materiali dell'attività

Al seguente link sono depositati eventuali materiali inerenti questo l'articolo. Questi materiali nel tempo potranno essere modificati e arricchiti seguendo l'evoluzione delle idee sottostanti o/e future sperimentazioni svolte dagli autori dell'articolo.

http://www.edimast.it/J/20150102/01630185AB/

Bibliografia

Arzarello, F., Kenett, R. S., Robutti, O., & Shafrir, U. (to be submitted). *The application of concept science to the training of teachers of quantitative literacy and statistical concepts*.

Castelnuovo, E. (2005). *La matematica, Figure piane, Modulo A-B*. La Nuova Italia.

Castelnuovo, E. (2008). *L'Officina matematica, ragionare con i materiali*. Edizioni La meridiana.

Chiari, G. (2011). *Educazione interculturale e apprendimento cooperative: teoria e pratica dell'educazione tra pari*. Quaderno 57 (UniTn).

Duval, R. (2006). *A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics*. Educational Studies in Mathematics, 61, 103-131.

Etkind, M., Kenett, R., & Shafrir, U. (2010). *The evidence based management of learning. Diagnosis and development of conceptual thinking with meaning equivalence reusable learning objects*. Invited paper. Proceeding of the 8th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8). Ljubljana – Slovenia.

Etkind, M., & Shafrir, U. (2013). *Teaching and Learning in the Digital Age with Pedagogy for Conceptual Thinking and Peer Cooperation*. In: Proc. 7th International Technology, Education and Development Conference (INTED) (pp. 5342-5352). Valencia, Spain.

Sbaragli S. (2006). *La capacità di riconoscere "analogie": il caso di area e volume*. La matematica e la sua didattica. Anno 20, n. 2, 247-285.

Shafrir, U., & Etkind, M. (2010). Concept Science: Content and Structure of Labeled Patterns in Human Experience. Version 31.0.

Shafrir, U., & Kenett, R. (2010). *Conceptual thinking and metrology concepts*. Accrediation and Quality Assurance – Springer.

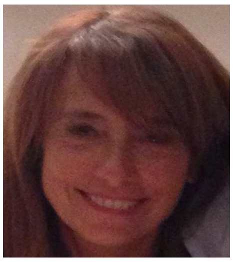
Vygotsky, L. (1934). *Pensiero e linguaggio*. Edizioni Laterza.

Abbati Susanna
IC G. Rodari
Via Aquileia, 1, Baranzate (MI)
E-mail: susy.abbati@gmail.com
Italy

Curriculum essenziale: https://it.linkedin.com/in/susanna-abbati-11169027

Genoni Luigia
I.T.Tecnologico G. Fauser
Via Ricci 14 28100 Novara (NO)
E-mail: genoni@fauser.edu
Italy

Curriculum essenziale: https://it.linkedin.com/in/luigia-genoni-48b255104



Coviello Arianna
LS G. Galilei
Spalto Borgoglio, 49, Alessandria (AL)
E-mail: coviello.arianna@gmail.com
Italy

Curriculum essenziale: https://it.linkedin.com/in/arianna-coviello-57318273

Trinchero Germana
IIS Santore di Santarosa
Corso Peschiera, 230, 10139 Torino (TO)
E-mail: trincherogermana@yahoo.it
Italy

Curriculum essenziale: https://www.linkedin.com/in/germana-trinchero-89754533/en

Cena Alberto
IIS E. Bona
Via Antonio Gramsci, 22, 13900 Biella (BI)
E-mail: alberto.cena@gmail.com
Italy

Curriculum essenziale: https://it.linkedin.com/in/alberto-cena-b34b90b4

Fratti Santina
IIS A. Volta
Viale Papa Giovanni XXIII, 9, Lodi (LO)
E-mail: sfratti.volta@gmail.com
Italy

Curriculum essenziale: https://it.linkedin.com/in/santina-fratti-554255104

Turiano Fiorenza
IIS Arimondi – Eula
Piazzetta Giovanni Baralis, 4/5, Savigliano (CN)
E-mail: fiorenza.turiano@gmail.com
Italy

Curriculum essenziale: https://www.linkedin.com/in/fiorenza-turiano-75a3601a

Received December 19, 2015; *revised* January 05, 2016; *accepted* January 10, 2016; *published online* January 19, 2016

Authoring software and JClic – Part II

Giorgio Musilli

Abstract. *JClic: interface and sections.*

Key words. *authoring software, jclic, learning objects, educational software*.

Sommario. *L'interfaccia di JClic: la barra dei menu e le aree di lavoro (Progetto, Libreria multimediale, Attività, Sequenze).*

Parole chiave. *Software autore, JClic, oggetti di apprendimento, software didattici*.

Introduzione

In questo contributo verranno presentate l'interfaccia di JClic e le varie aree di lavoro del programma ("Progetto", "Libreria multimediale", "Attività", "Sequenze").

Interfaccia e aree di lavoro

La barra dei menu

La barra dei menu comprende 6 voci: File, Modifica, Inserisci, Strumenti, Visualizza e Aiuto.
Nel menu "*File*", accanto alla visualizzazione dei file recenti (massimo 8, selezionabili con il mouse oppure con le combinazioni dei tasti Alt+1, Alt+2, ecc.), troviamo 6 sottovoci:

1) "Nuovo progetto" (nella finestra che appare bisogna specificare il nome del progetto, il nome del file e la cartella di destinazione, quest'ultima selezionabile anche sfogliando il proprio hard disk);
2) "Apri file" (possono essere caricati pacchetti di Clic 3.0, progetti di JClic e installatori di progetti JClic);
3) "Apri URL" (carica un file .jclic.zip prelevandolo dalla pagina Internet specificata);
4) Salvataggio del file corrente;
5) Salvataggio del file corrente con un altro nome;
6) Uscita dal programma.

Con il menu "*Modifica*" si prevede di:

1) Tagliare, copiare, incollare, cancellare, spostare in alto e spostare in basso le attività selezionate del progetto corrente o delle sequenze;
2) Copiare le caratteristiche di un'attività in altre attività (molto utile ad esempio quando si vuole rendere uguale per tutte le attività lo stile dei messaggi). Le sottovoci del menu "Modifica" sono attive (a eccezione di "Copia le caratteristiche") solo quando ci si trova nelle aree "Attività" e "Sequenze".

Tramite il menu "*Inserisci*" è possibile:

1) Aggiungere un nuovo oggetto multimediale, una nuova attività, un nuovo elemento in una sequenza;

2) Importare attività da altri progetti.

Nel menu "*Strumenti*" troviamo 4 sottovoci:

1) "Impostazioni" (si possono modificare: l'aspetto di JClic Author con uno stile a scelta tra "system", "metal" e "motif"; la lingua, il codice della nazione, il codice opzionale della variante della lingua, il browser preferito; la dimensione massima delle immagini; un sistema multimediale a scelta tra "Autorilevamento", di default, "Java Media Framework" e "QuickTime"; le caratteristiche dell'Applet JClic);
2) "Albero del documento" (tutto il contenuto delle 4 aree di lavoro di JClic viene visualizzato in un albero e può essere modificato e salvato in ogni sua parte, tramite l'assegnazione di "valori" ai vari "attributi" che caratterizzano ogni elemento del progetto);
3) "Creazione della pagina web" (devono essere specificati: il titolo della pagina; un link per quando si esce dal progetto; la scelta tra "Applet a tutto schermo", di default, e "Applet con dimensioni specifiche" da indicare);
4) "Creazione dell'installatore del progetto" (sono già indicati, ma possono essere modificati, il titolo, gli autori, la cartella, i files da copiare, mentre per il pulsante di attivazione, oltre al progetto principale e all'etichetta, si possono inserire un'icona e una descrizione).

Il menu "*Visualizza*" permette di:

1) Mostrare la pagina del progetto o della mediateca o delle attività o infine delle sequenze;
2) Avviare l'anteprima dell'attività selezionata nelle aree "Attività" e "Sequenze";
3) Visualizzare l'anteprima del file multimediale selezionato nella "Libreria multimediale".

Nel menu "*Aiuto*" vengono mostrate unicamente le informazioni sul programma (versione, autore e collaboratori, traduttori, codice libero utilizzato, condizioni di licenza, informazioni sul sistema).

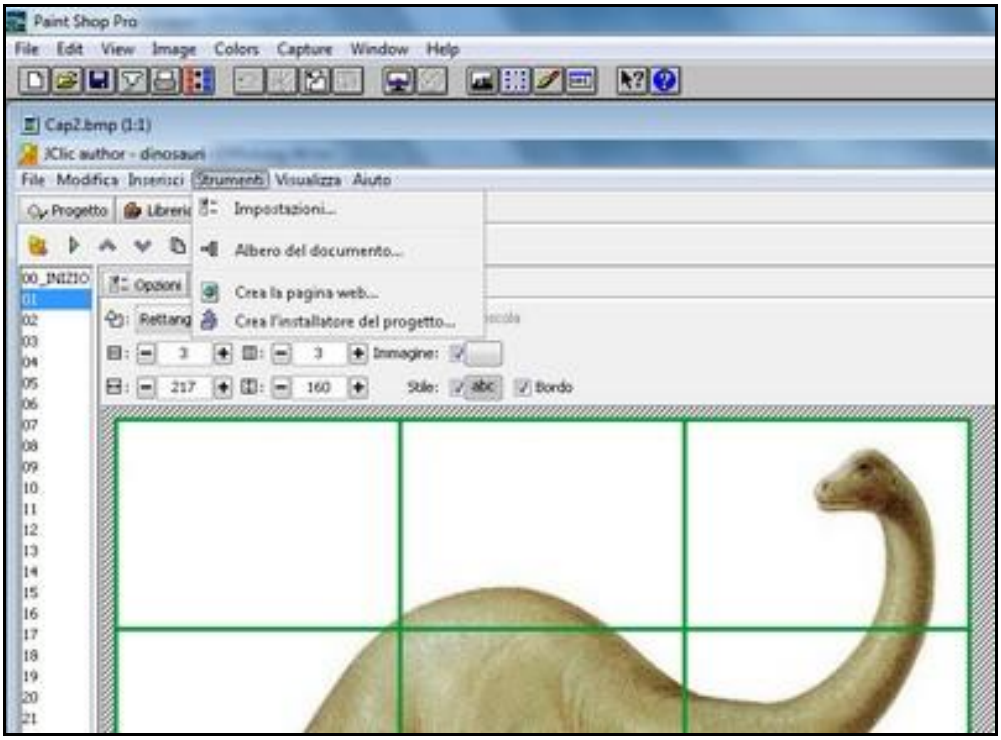


Fig.1 – La barra dei menu

L’area progetto

L’area “Progetto” prevede tre settori per l’inserimento delle informazioni sul progetto (“Descrizione”, “Creazione”, “Descrittori”) e una sezione con due impostazioni per l’interfaccia utente. Ogni settore può essere compresso/espanso cliccando sulla freccia vicino al nome che lo contraddistingue.

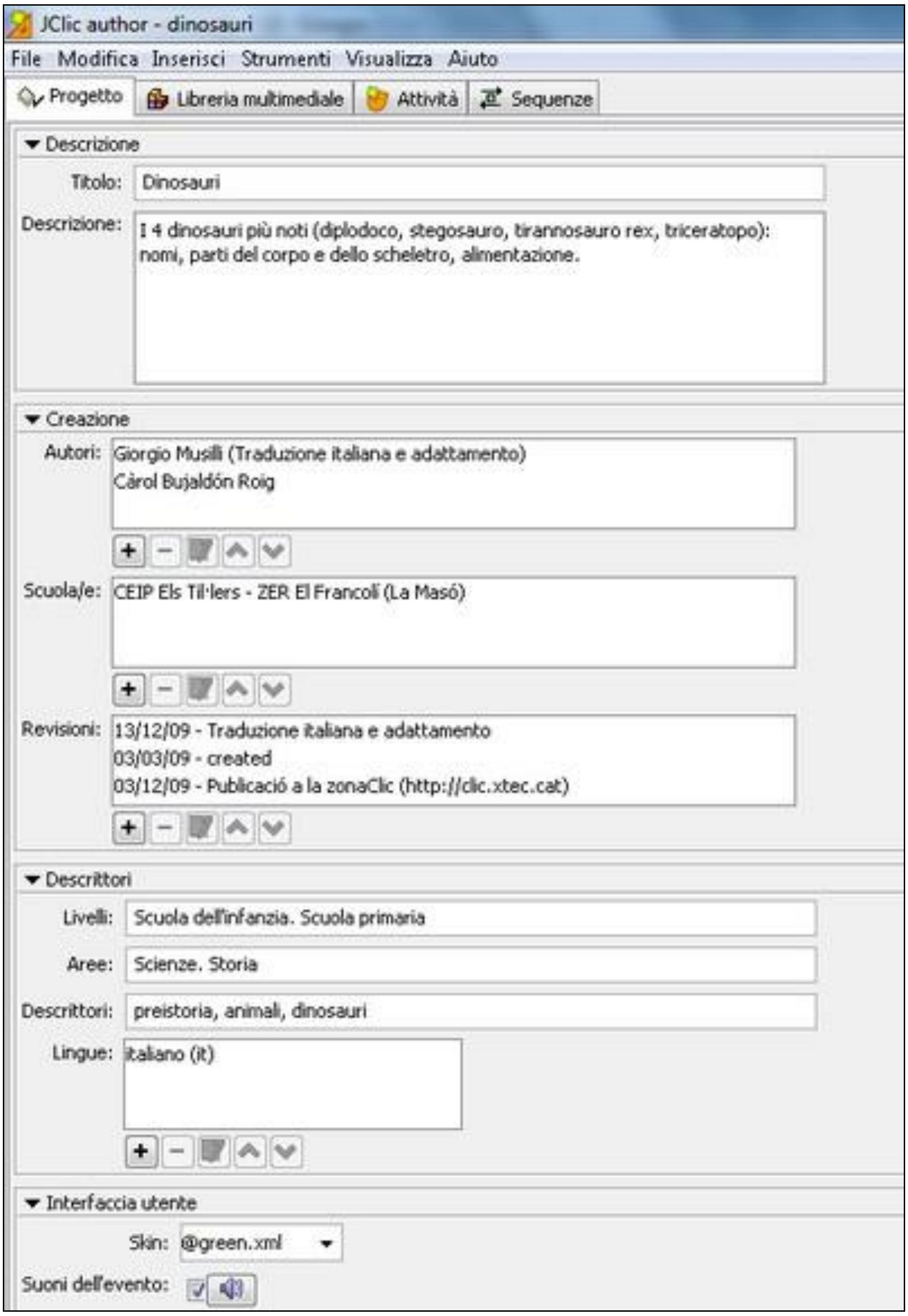


Fig.2 – L’area "Progetto"

Nel settore “Descrizione” vanno inseriti il titolo del progetto e (appunto) la sua descrizione.

Nel settore "Creazione" si possono indicare gli autori (nome, ruolo, e-mail, URL, organizzazione, commenti), la scuola (nome, e-mail, URL, indirizzo, CP, città, stato, nazione, commenti) e le revisioni (ognuna con data, descrizione, autori e commenti).

Il settore "*Descrittori*" è didatticamente molto importante e permette l'inserimento di alcuni dati significativi:

1) Livelli (ad es. "Scuola primaria");
2) Aree (ad es. "Matematica, Geografia");
3) Descrittori (ad es. "coordinate, assi cartesiani");
4) Lingue (selezionabili, eliminabili, modificabili e spostabili usando le apposite icone).

Infine, nella sezione "*Interfaccia utente*", è consentito attivare/disattivare/impostare il "Suono dell'evento" e si possono applicare ai progetti diverse vesti grafiche ("skins"), corrispondenti ai seguenti stili:

1) @orange (normale arancione);
2) @green (normale verde);
3) @empty (senza barra inferiore e cornice);
4) @mini (con la sola barra inferiore molto sottile);
5) @default (normale grigio-chiaro);
6) @blue (normale blu);
7) @simple (barra della navigazione in alto, barra dei messaggi in basso). Nuovi "skin" possono essere creati, aggiunti e distribuiti con JClic Author.

Tutti i campi previsti nell'area "Progetto" sono facoltativi e la loro mancata compilazione non pregiudica il salvataggio dei lavori.

La libreria multimediale

La gestione delle risorse in JClic è molto efficiente e funzionale. Ogni file multimediale da usare in un progetto va inserito nella "Libreria multimediale" o viene in esso copiato quando si seleziona una risorsa locale all'interno di un'attività. L'area è contraddistinta da diverse sezioni. In alto a sinistra troviamo 5 icone, corrispondenti alle seguenti funzioni:

1) "Aggiungi una nuova immagine o un nuovo oggetto multimediale alla biblioteca" (attraverso una finestra è possibile selezionare e importare immagini .gif, .jpg, .png, .bmp e .ico, suoni .wav, .mp3, .ogg, .au e .aiff, video .avi, .mov e .mpeg, caratteri .ttf, files .mid, files .swf di Flash 2.0, skins in formato .xml; se i files non si trovano nella directory del progetto, se ne chiede la copia in essa);
2) "Anteprima della risorsa multimediale" (selezionata);
3) "Cestino";
4) "Aggiorna tutti i contenuti multimediali richiamando i loro archivi" (funzione molto utile quando si modificano i files con le risorse multimediali);
5) "Salva i files dei contenuti di tutti gli elementi multimediali" (si crea una copia delle risorse nella cartella del progetto).

Un filtro alle risorse multimediali può essere applicato selezionando una delle 8 opzioni elencate (tutti, immagini, suoni, midi, video, Flash, skins, caratteri) nel "combobox" sotto le icone.

Un clic semplice su una risorsa ne permette la selezione e di conseguenza vengono visualizzate nella parte inferiore dell'area le seguenti informazioni, molto utili per la loro ricerca e modifica sul disco rigido e all'interno delle varie attività:

1) Nome (modificabile);

2) File (modificabile, estraibile dal files .jclic.zip e aggiornabile da file);
3) Tipo di file multimediale;
4) Grandezza del file;
5) Attività in cui è presente (selezionandone una, è possibile accedervi direttamente tramite il tasto “Modifica...”).

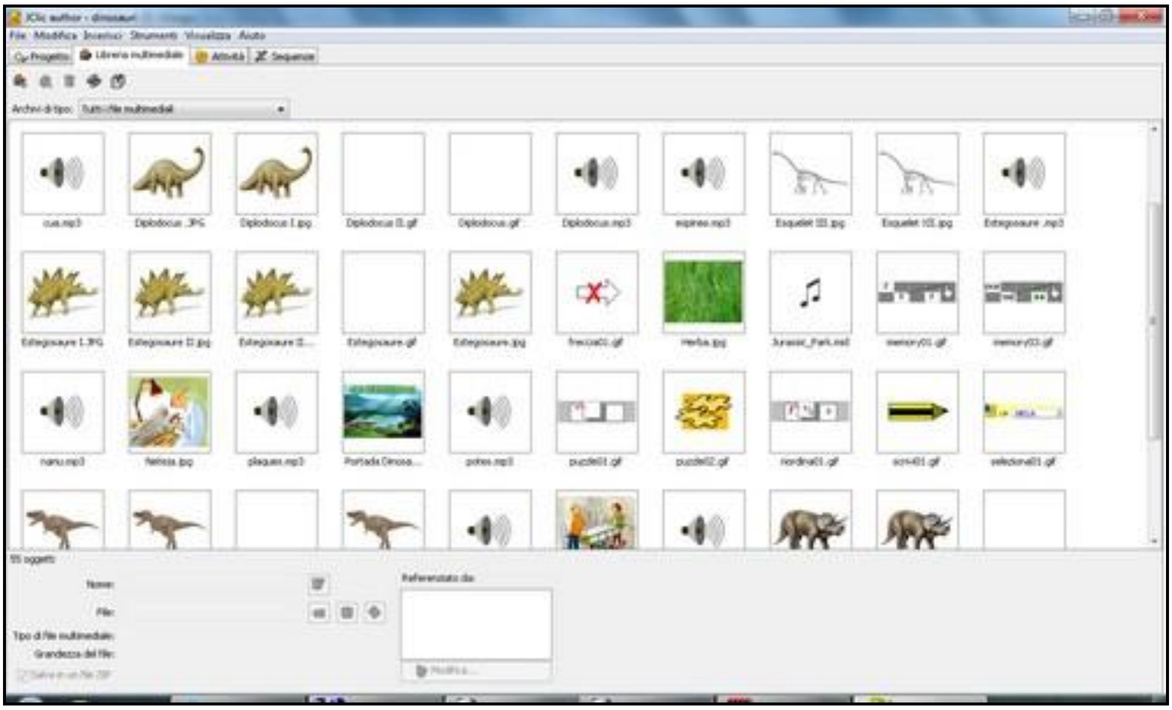


Fig.3 – La libreria multimediale

L’area delle attività

Nell’area delle “Attività”, la barra in alto a sinistra permette di creare e manipolare le attività e contiene 9 comandi sotto forma di icone:

1) “Aggiungi una nuova attività al progetto” (nella finestra che appare basta selezionare una delle 16 attività standard e scrivere il nome);
2) “Anteprima e prova dell’attività”;
3) Sposta in alto l’attività selezionata;
4) Sposta in basso l’attività selezionata;
5) Copia l’attività selezionata;
6) Taglia l’attività selezionata;
7) Incolla l’attività selezionata;
8) Cancella l’attività selezionata;
9) “Copia le caratteristiche dell’attività corrente in altre attività”.

Quando si inserisce una nuova attività, essa viene aggiunta nella barra di selezione a sinistra dell’area delle “Attività”.

Una volta inserite le attività desiderate, è possibile operare su ognuna di essa, definendone le caratteristiche e il comportamento all'interno di 4 sezioni, "Opzioni", "Finestra", "Messaggi" e "Pannello".

La sezione "Opzioni" è abbastanza trascurata, ma è piuttosto importante e comprende 7 settori chiudibili/espandibili:

1) "*Descrizione*", con l'indicazione del tipo di esercizio e del nome (entrambi modificabili) e l'aggiunta facoltativa di un testo informativo;
2) "*Rapporti*" (opzioni utili per ottenere resoconti sulle attività degli utenti);
3) "*Interfaccia utente*" (possono essere impostati "Suoni dell'evento" e "Skins" diversi per le varie attività);
4) "*Generatore di contenuti*" (opzioni utili per la generazione di contenuti automatici per l'aritmetica);
5) "*Contatori*" (Cronometro, Contatore dei tentativi, Punteggio);
6) "*Pulsanti*" (di aiuto e di informazione);
7) "*Comportamento*" (cicli di mescolamento, eventuale impostazione del trascinamento degli oggetti e del controllo dell'ordine di selezione).

Si noti che:

1) Quando si cambia il tipo di attività, non vengono mostrate tutte le opzioni disponibili, ma solo quelle compatibili;
2) Selezionando "Arith" nella sezione "Generatore di contenuti" e cliccando su "Parametri", si viene introdotti in una finestra molto ricca in cui è possibile scegliere una delle 4 operazioni aritmetiche, la posizione dell'incognita, le caratteristiche del primo e secondo operando (campo di variazione, numeri specificati, tipo di decimali), le condizioni del rapporto tra operandi (indifferente, A > B, A < B) e le opzioni riguardanti il risultato (campo di variazione, tipo di ordinamento, ammissione di duplicati);
3) Per il "Cronometro" si può impostare un tempo massimo (in secondi) e il conto alla rovescia;
4) Per il "Contatore dei tentativi" si può stabilire un numero massimo di tentativi e il conto alla rovescia;
5) Per il "Pulsante di aiuto" si può mostrare la soluzione dell'attività oppure può essere visualizzato un messaggio preparato dall'utente;
6) Per il "Pulsante delle informazioni" può essere mostrato un URL Internet, oppure è possibile eseguire un comando;
7) I contatori e i pulsanti sono visualizzati e sono in funzione nell'attività solo se il quadratino corrispondente viene selezionato;
8) Le attività sono elencate sulla sinistra in ordine alfabetico secondo il nome che abbiamo loro attribuito (modificando il nome è possibile quindi ottenere un ordine alfabetico diverso);
9) Conviene dare un nome significativo alle varie attività, magari utilizzando all'inizio una numerazione (ad esempio 001_nome1, 002_nome2, ecc.) che consenta di riprodurre l'ordine con cui gli stessi esercizi sono riportati nelle sequenze.

La sezione "Finestra" è quella meno ricca, ma in certe occasioni è determinante per la buona realizzazione di un progetto. Ad esempio, potrebbe essere necessario inserire una lista di parole come sfondo per un gioco enigmistico e porre la finestra di gioco in un angolo dello schermo. Le modifiche alla finestra dell'attività vengono visualizzate in tempo reale e riguardano 2 parti distinte:

1) Per la finestra principale (lo sfondo vero e proprio) si possono impostare un colore, la sfumatura tra due colori (con impostazione delle ripetizioni e dell'orientamento delle strisce), un'immagine prelevabile dalla libreria multimediale o dal disco, la ripetizione della stessa (eventuale) immagine;
2) Per la finestra di lavoro (che contiene i pannelli delle varie attività), non si può inserire

un'immagine, ma è possibile impostarne il colore di sfondo, la sfumatura tra due colori, l'effetto di trasparenza, la presenza/assenza di un bordo, lo spessore del margine, la posizione centrata o assoluta.

La sezione "Messaggi", costituita da 3 barre (Messaggio iniziale, Messaggio finale, Messaggio d'errore), è importantissima dal punto di vista didattico: la presenza di istruzioni chiare e di rinforzi adeguati e positivi è la base per la piena riuscita di un'attività educativa. Per tutti e tre i tipi di messaggi (comunque facoltativi) è consentito:

1) Inserire e posizionare un testo;
2) Aggiungere e posizionare un'immagine;
3) Impostare il bordo e l'aspetto di testi e sfondi;
4) Indicare un contenuto attivo.

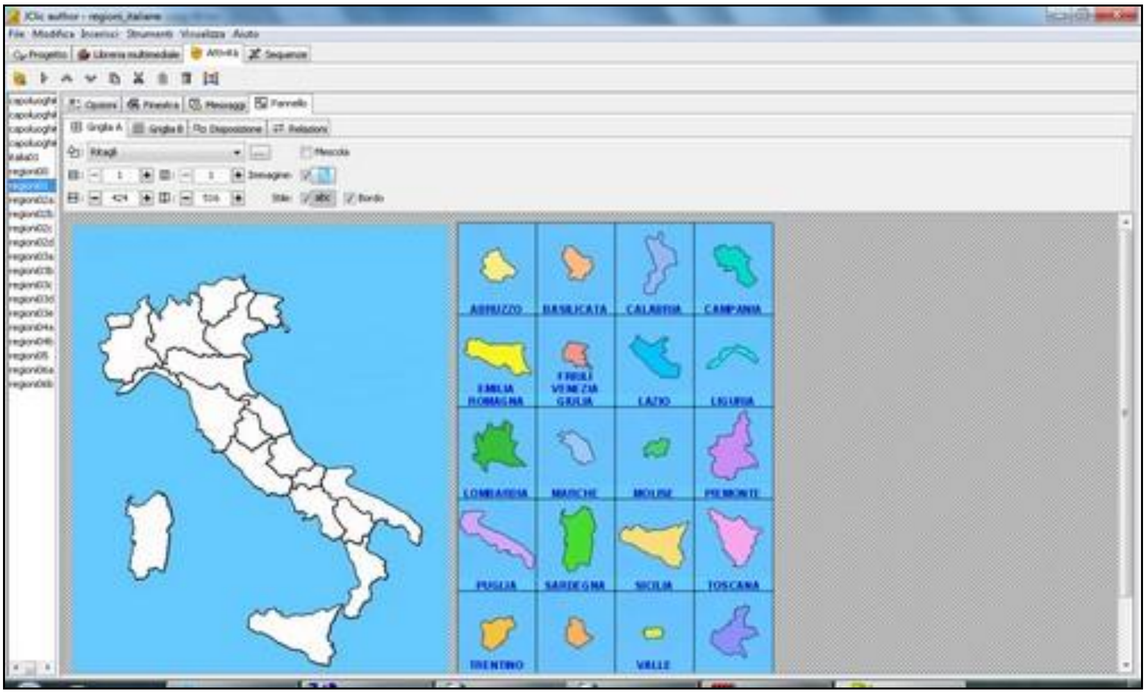


Fig.4 – L'area delle attività

Nel dettaglio:

1) Il testo può essere messo in 9 posizioni diverse, ma nella maggior parte dei casi sarà sufficiente lasciarlo al centro;
2) Per l'aspetto di un messaggio possono essere inseriti un colore di sfondo, una sfumatura tra due colori, l'effetto trasparenza, un carattere a scelta con grandezza ed effetti (normale, grassetto, italico) impostabili, il colore (normale e alternativo) del testo, la presenza di un'ombreggiatura colorata per il testo, il colore e la larghezza del bordo, il colore dello stato inattivo, la larghezza del marcatore;
3) È preferibile che le immagini per i messaggi siano piccole e che l'altezza corrisponda a 40 pixel;
4) Una libreria di immagini già pronte si trova nel sito di chi scrive
 (www.didattica.org/ccount/click.php?id=230);
5) Se si seleziona la casella con "Permetti al testo di sconfinare dall'immagine", molto utile per

evitare sovrapposizioni confuse tra testi e immagini, allora bisognerà porre attenzione alla disposizione degli elementi testuali e grafici (la nostra scelta “standard” è porre al centro il testo e a destra l’immagine).

Si noti infine come per i contenuti attivi nei messaggi è possibile:

1) Aggiungere suoni, video, midi;
2) Registrare e riprodurre suoni;
3) Andare ad un’attività o a una sequenza;
4) Eseguire un programma esterno;
5) Mostrare un URL Internet.

La sezione “Pannello” è la più complessa, ma anche il cuore pulsante di JClic, il motore per la creazione e modifica delle attività. L’aspetto della sezione e i comandi presenti in essa dipendono dal tipo di esercizio/gioco e quindi saranno trattati nello specifico nei paragrafi successivi dedicati alle singole attività.

L’area delle sequenze

Nell’area delle “Sequenze”, rispetto alla barra delle icone dell’area delle “Attività”, sparisce la funzione di copia delle caratteristiche di un’attività in un’altra e l’attività viene aggiunta a una sequenza in cui composizione, ordine, struttura degli elementi sono stabiliti dall’utente. Per ogni attività aggiunta a una sequenza si possono indicare:

1) Un’etichetta (utile per effettuare salti tra attività);
2) Una descrizione;

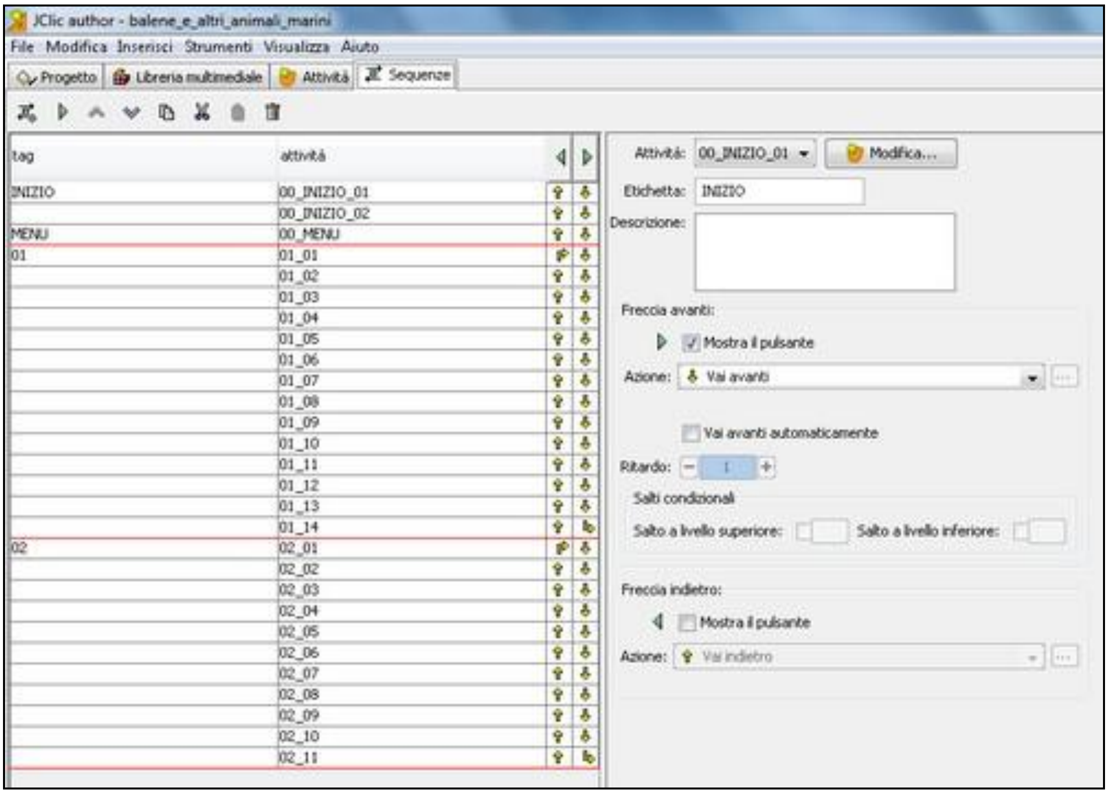


Fig.5 – L’area delle sequenze

3) La presenza/assenza della freccia avanti e della freccia indietro;

4) Le azioni collegate alla freccia avanti e alla freccia indietro;
5) Il comportamento della freccia avanti (avanzamento automatico dopo determinati secondi, salti condizionali a un livello superiore o inferiore).

Si noti che:

1) È possibile accedere direttamente all'area "Attività" di un esercizio cliccando sul pulsante "Modifica";
2) L'etichetta di un'attività all'inizio di una sequenza corrisponde anche all'etichetta dell'intera sequenza;
3) Le attività nell'area delle "Sequenze" non sono poste automaticamente in ordine alfabetico (come avviene nell'area "Attività"), ma secondo la disposizione decisa dal realizzatore del progetto;
4) Se i pulsanti della freccia avanti e indietro non sono attivi, per passare a una nuova attività si deve usare l'avanzamento automatico oppure si devono inserire salti ad attività e/o sequenze all'interno dei pannelli degli esercizi;
5) L'avanzamento automatico si può inserire anche insieme ai pulsanti "Freccia avanti" e "Freccia indietro" attivi;
6) I pulsanti "Freccia avanti" e "Freccia indietro" presentano 5 opzioni, tuttavia è consigliabile ignorare "Arresta" ed "Esci da JClic" e utilizzare "Torna al programma" e soprattutto "Vai avanti/indietro" e "Salta a ...";
7) Un menu iniziale (senza "Freccia avanti" e "Freccia indietro") può contenere i riferimenti (salti) a più sequenze o attività;

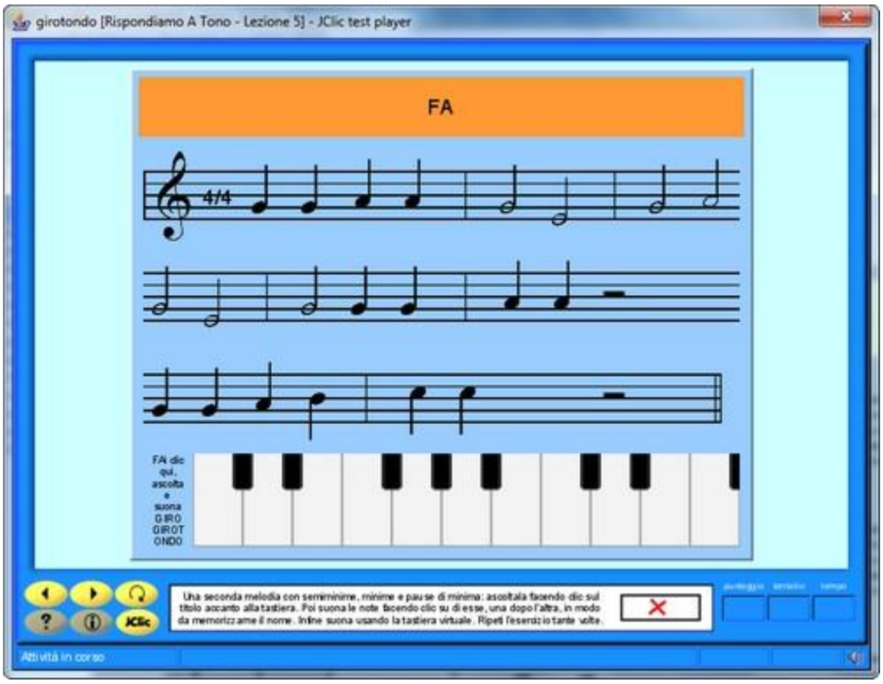


Fig.6 – Un'attività musicale realizzata con JClic

8) In una sequenza con accesso regolato da un menu è opportuno:
   - A) all'inizio inserire per il pulsante "Freccia avanti" il comando "Vai avanti" e per il pulsante "Freccia indietro" un salto al menu iniziale;

- B) alla fine inserire per il pulsante "Freccia indietro" il comando "Vai indietro" e per il pulsante "Freccia avanti" un salto al menu iniziale;

9) Se non è necessario un menu iniziale e il progetto è costituito da un'unica sequenza di attività, alla fine saranno attivi "Freccia avanti" con l'opzione "Vai avanti" e "Freccia indietro" con l'opzione "Vai indietro", mentre all'inizio sarà attivo solo il pulsante "Freccia avanti" sempre con l'opzione "Vai avanti". Naturalmente queste indicazioni sono prodotte per lavori standard e gli utenti potranno decidere liberamente come strutturare le proprie sequenze e l'avanzamento/spostamento tra le varie attività.

Conclusione

L'interfaccia di JClic è insieme ricca ed amichevole. Di solito un corso di 16-20 ore è sufficiente per diventare esperti nell'uso del software. Nell'ultimo contributo saranno illustrate nei particolari le attività che è possibile costruire con il programma e alcune configurazioni e procedure avanzate.

Dichiarazione di conflitti di interesse

L'autore dichiara di non avere conflitti di interesse rispetto la paternità o la pubblicazione di questo articolo.

Deposito dei materiali dell'attività

Al seguente link sono depositati eventuali materiali inerenti questo articolo. Questi materiali potranno essere modificati e arricchiti in futuro, seguendo l'evoluzione delle idee sottostanti o/e future sperimentazioni svolte dall'autore dell'articolo.

http://www.edimast.it/J/20150102/01870196MU/

Giorgio Musilli
Istituto Comprensivo di Marina di Cerveteri – Cerveteri (RM)
Via Tarquinio Prisco, 52, 00052 Cerveteri (RM)
giomu2@yahoo.com
Italy

Insegnante di scuola primaria a tempo indeterminato. Programmatore Basic, Visual Basic, Pascal, Delphi e Flash. Esperto di programmi didattici ed in particolare di software autore. Ha realizzato numerosi software didattici e si occupa della raccolta e distribuzione di progetti JClic e Didapages.
Cura corsi di aggiornamento per scuole e docenti ed è stato relatore in diverse manifestazioni in tutta Italia (Crema, Cuneo, Bologna, Roma, Napoli).
È autore dei testi "I software autore per la didattica – Percorsi creativi nella scuola primaria" e "Grande cassetta degli attrezzi – I software freeware per la didattica".
Website: www.didattica.org
Pagina Facebook: https://www.facebook.com/giorgio.musilli
Progetti JClic in italiano:
https://www.facebook.com/groups/752682221508500/?ref=bookmarks

Received September 07, 2015; *revised* October 10, 2015; *accepted* November 07, 2015; *published online* January 31, 2016

Interview with the Director of the Vesuvian Observatory

Maria Sorrentino

L'Osservatorio Vesuviano, di cui il Dott. Giuseppe De Natale è il Direttore, svolge attività di ricerca in diversi campi della geofisica, della geochimica e della vulcanologia. Gli obbiettivi principali di questa attività sono la comprensione dei processi che generano le eruzioni vulcaniche e la definizione dei meccanismi che governano l'evoluzione di questi fenomeni. In particolare l'attività di ricerca riguarda il monitoraggio dei vulcani attivi, la fisica del vulcanismo, la geochimica dei fluidi, la geodesia, la sismologia, la sismottettonica, la vulcanologia e la petrologia.

Fig. 1 - Il personale INGV della sezione di Napoli Osservatorio Vesuviano

Il progetto Edurisk è svolto nella mia classe terza della scuola secondaria di primo grado I.C. "Boscotrecase 1IC – SM Prisco" sin dall'anno scolastico scorso ed ha visto un'ampia partecipazione e un notevole interesse da parte degli alunni. Di conseguenza, per rendere più interessante lo svolgimento delle attività, in classe dopo un'ampia discussione è stato concordato e stabilito che il docente proponesse un incontro con il Direttore di un Ente coinvolto nel Progetto che fosse quanto più vicino alla realtà e al territorio circostante. Da ciò è scaturita la richiesta, accolta con interesse e grande disponibilità, di una mia intervista al Direttore dell'Osservatorio Vesuviano, il Dott. Giuseppe De Natale, concordata ed avvenuta telefonicamente e non in presenza per i molteplici impegni lavorativi.

1) La mia scuola (IC Boscotrecase) ha aderito ad EDURISK, un progetto che si occupa della prevenzione del rischio sismico e vulcanico, e la sezione di Napoli dell'INGV è direttamente interessata alla formazione di noi insegnanti. Quale obiettivo per l'INGV è prioritario in questo progetto?

È prioritario diffondere nella popolazione, specialmente quella esposta direttamente ai rischi sismico e/o vulcanico, la precisa consapevolezza di ciò che questo vuol dire. La conoscenza dei fenomeni naturali e la consapevolezza del livello di rischio a cui si è esposti è fondamentale per ogni cittadino, ed è dovere delle Istituzioni diffondere tale conoscenza. Le scuole sono fondamentali in tale processo educativo, sia perché formano i cittadini di domani sia perché rappresentano il più efficace metodo di diffusione della cultura sul territorio.

2) L'uso delle nuove tecnologie, sia nelle vostre ricerche che in ambito scolastico, pensa possa rendere più agevole il lavoro per le persone coinvolte? E se sì, in che modo?

L'uso delle tecnologie più avanzate è fondamentale nelle nostre ricerche ed ancor più nelle nostre attività di monitoraggio. Infatti, i fenomeni naturali ed in particolar modo quelli sismici e vulcanici, sono estremamente complessi rendendo molto impegnativa la loro comprensione completa in senso deterministico. I grandi progressi recenti nella sismologia, vulcanologia e più in generale nella geofisica, sono andati quasi sempre di pari passo con il progresso tecnologico dei sistemi di rilevamento. Analogamente, l'impiego delle più moderne tecnologie di comunicazione ed informazione penso sia fondamentale per diffondere nella popolazione una corretta cultura ambientale, che includa la precisa consapevolezza di quali siano i rischi maggiori del territorio e quali i metodi più efficaci di prevenzione e mitigazione.

3) Il sito dell'INGV e quello della sezione di Napoli (Osservatorio Vesuviano) sono visitati regolarmente dai miei alunni della scuola secondaria di primo grado durante il lavoro del Progetto sia in classe che a casa: spronati ad una ricerca delle notizie interessanti per lo studio del Vesuvio, hanno giudicato i siti "facilmente accessibili" e "interessante" il monitoraggio in tempo reale. Hanno richiesto se fosse possibile aprire un blog per studenti o per i cittadini per una comunicazione più veloce anche se in modalità asincrona. Ritiene che una tale richiesta possa essere fattibile in un prossimo futuro?

Personalmente ritengo invece che il nostro sito attualmente non sia ottimizzato per gli scopi che si prefigge. Per questo motivo lo stiamo completamente ridisegnando per renderlo appunto "più facilmente accessibile", "più interessante" ma soprattutto più attrattivo per gli utenti giovani che sono il 'target' più importante ed anche quello più esigente ed avveduto per quanto riguarda i nuovi metodi di comunicazione. Nel nostro nuovo progetto di sito web e più in generale di comunicazione, un 'blog' di comunicazione diretta, così come l'utilizzo di sistemi diffusi di comunicazione interattiva come 'twitter' e 'facebook', sono già programmati ed in via di definizione.

4) Per far appassionare gli studenti ad argomenti scientifici come la geologia o la vulcanologia, quali attività sono previste dall'Osservatorio?

Intanto, come già detto stiamo ottimizzando i nostri sistemi di comunicazione informatica. Inoltre, stiamo allestendo percorsi mirati nella nostra Sede Storica: il Reale Osservatorio Vesuviano di Ercolano. Contiamo, a partire dalla prossima primavera, di incrementare decisamente sia la platea di visitatori che il livello dell'offerta divulgativa e museale. Inoltre, contiamo anche di incrementare decisamente il numero degli eventi divulgativi e formativi, anche con progetti del tipo di 'Edurisk'.

5) Per stimolare lo studio e la frequenza di corsi scientifici/tecnici a scuola e all'università, e per avvicinare anche un maggior numero di ragazze a tale ambito, cosa pensa che si possa fare nella divulgazione?

Bisogna a mio avviso renderla più attraente, mostrando la pervasività ed ubiquità dei concetti scientifici e, soprattutto, statistici, nella vita di tutti i giorni ed in qualsiasi attività umana. Per quanto riguarda la scuola e l'Università, a parte l'ovvia importanza della sensibilità e preparazione degli insegnanti, è fondamentale che esse siano attrezzate con laboratori e che lo studio teorico sia sempre accompagnato da dimostrazioni pratiche ed attrattive dei principali principi scientifici, specialmente di quelli fisici di base.

Per coloro che sono interessati altre notizie possono essere ricercate sul sito del INGV e in particolare (vedi Fig. 1, Fig. 2 e Fig. 3):

http://www.ov.ingv.it/ov/

Fig. 2 - Home Page

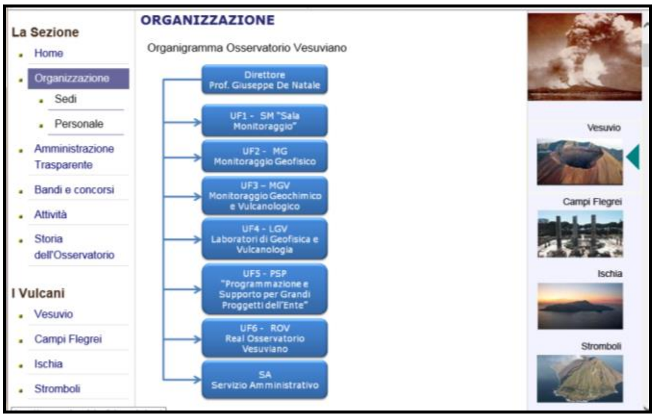


Fig. 3 - Organizzazione

Per il progetto EDURISK (vedi Fig. 4) questo è il link per il nuovo sito: http://www.edurisk.it/progetto/

Fig. 4 - Il Progetto

Ringrazio della disponibilità accordatami il Dott. De Natale e spero che il mondo scientifico appassioni gli alunni per orientarli in una scelta consapevole dei loro studi futuri e dia loro l'occasione di capire anche la possibilità degli sbocchi futuri che questo offre nel mondo del lavoro, a cui si stanno per avviare.

Dichiarazione di conflitti di interesse

L'autore dichiara di non avere conflitti di interesse rispetto la paternità o la pubblicazione di questo articolo.

Deposito dei materiali della recensione

Al seguente link sono depositati eventuali materiali inerenti questo l'articolo. Questi materiali nel tempo potranno essere modificati e arricchiti seguendo l'evoluzione nel tempo delle idee sottostanti o/e future sperimentazioni svolte dall'autore dell'articolo.

http://www.edimast.it/J/20150102/01970200SO/

Maria Sorrentino
I.C. "Boscotrecase 1 IC - SM Prisco" di Boscotrecase (Napoli)
Via Montedoro, 34, 80059 - Torre del Greco (Napoli)
anita1@libero.it

Laurea in Scienze Biologiche c/o Università degli Studi di Napoli "Federico II"; Master di I livello "Ambienti di Apprendimento per La Matematica: Ruolo, Strategie e Competenze del Tutor per le Discipline Matematiche nella Formazione in Servizio degli Insegnanti"; BANCA DATI ESPERTI PON per M@t.abel, Educazione Scientifica, Didatec Base e Avanzato; Patente Europea del Computer (ECDL); N°2 Corsi perfezionamento annuali post-laurea; In elenco nazionale BANCA DATI ESPERTI (M@t.abel, PON Ed. Scientifica, Didatec Base e Avanzato; Tutor nei corsi di Matematica, Ed. Sc. e Didatec di Formazione Nazionale Docenti (B10–D5); Tutor in modulo PON B4; Esperto disciplinare nell'ambito logico-matematico A2- Progetto PQM – matematica; Tutor di Progetto PQM – matematica (A2); Esperto Disciplinare in PON E2- corsi brevi per Matematica; Osservatore Invalsi; Relatore per Indire – ANSAS; Relatore in PON L1; Esperto Esterno in moduli PON B1 e C1; Certificato Trinity: Grade 5 (Speaking and Listening: Entry 3 - B1.1 of the CEFR); Pearson EDI Entry 3 Certificate in ESOL International (CEF B1) - Level 4 - Pearson Jetset (Listening - Reading - Writing – Speaking Level 4).

Received December 17, 2015; *accepted* December 29, 2015; *published online* February 04, 2016

Experiences of teaching with Mathematics, Sciences and Technology

Volume 1, Number 2, December 2015 ISSN 2421-7247 (online)

Reviewers

MIUR: Ministry for Education, University and Research – Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

INDIRE: National Institute for Documentation, Innovation and Educational Research – Istituto Nazionale di Documentazione, Innovazione e Ricerca Educativa

INVALSI: National institute for the evaluation of the education and training system – Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione.

EDiMaST

Volume 1, Number 2 ISSN 2421-7247 (online) December 2015

Contents

Experiens & Research Articles

Book & Software Reviews

Interviews