article

ISSN 2421-7247

Against problem solving by segment method

Antonella Castellini

Abstract. *The segment methods as graphic-methods for problem solving, are one of the crucial points in Italian lower secondary school. Usually, they are faced during grade 6 in Problem Solving classes. However, the conceptual gap that has to be faced is not problem solving but the conversion from one representational register to another. Pupil's difficulties could be overcome using other representations and they requires a specific preliminary work of conversion between many different representational registers. In this paper some activities aimed to overcome this gap are presented. Such activities are suitable for a conscious and significant introduction to algebraic language.*

Key words. *Relations visualization, I start to the algebra, resolution of problems.*

Sommario. *(Contro i "problemi con i segmenti"). I cosiddetti problemi con i segmenti o problemi che si risolvono con il metodo grafico, sono uno dei punti cruciali nella scuola secondaria di primo grado italiana. Di solito vengono affrontati nella prima classe all'interno di una unità didattica generale spesso indicata come Risoluzione* di Problemi *mentre il nodo concettuale è di altro genere: è la traduzione da un linguaggio ad un altro. Le difficoltà incontrate dagli alunni possono essere superate facendo ricorso ad altre rappresentazioni grafiche e soprattutto necessitano a monte di un lavoro specifico di traduzione con l'uso di più registri rappresentativi e semiotici. In questo articolo si presentano alcune attività che superano questo gap e che si prestano ad un avvio consapevole e significativo verso il linguaggio algebrico.*

Parole chiave. *Visualizzazione di relazioni, avvio all'algebra, risoluzione di problemi.*

Introduzione

I cosiddetti "problemi con i segmenti" ovvero problemi che vengono risolti con il metodo grafico, sono assai comuni nella pratica didattica della scuola secondaria di primo grado italiana. Si chiede in pratica di passare da un linguaggio delle parole ad un linguaggio simbolico ad uno figurato dove la rappresentazione grafica è riferita esclusivamente a segmenti (da qui il nome).

Questo tipo di problemi è tanto diffuso e usato dai docenti quanto, a mio avviso, è ostico e complesso per gli alunni. Questo passare attraverso diversi registri rappresentativi invece di facilitare la comprensione la rende complessa e astratta mentre lo scopo dovrebbe essere esattamente l'opposto ovvero rendere concrete e visibili alcune relazioni. Ecco quindi la necessità di rivedere il percorso che deve iniziare da una riflessione sul linguaggio; da qui si sviluppa e amplia fino ad arrivare ad una interconnessione fra i vari linguaggi, che sia significativa per l'alunno e lo aiuti a comprendere l'importanza della simbologia in matematica.

Destinatari

Il percorso è stato realizzato nella classe prima E della scuola secondaria dell'Istituto Comprensivo 1 di Poggibonsi (SI) nell'anno scolastico 2015-2016 nel periodo settembre febbraio. All'interno del Dipartimento dello stesso Istituto (comprensivo da soli 3 anni) è iniziata una condivisione dello stesso percorso che ne prevede uno sviluppo in verticale all'interno del curricolo di matematica.

Lo stesso è stato presentato ad incontro di formazione per docenti di ogni ordine e grado, organizzato dal GFMT (*Gruppo di Formazione Matematica della Toscana*), presso Università degli Studi di Firenze nel mese di marzo 2016.

Idea di partenza

L'idea nasce da una considerazione oggettiva: la difficoltà per i bambini di risolvere alcuni tipi di problemi, quelli solitamente definiti come problemi con i segmenti o risolubili con il metodo grafico. Mi sono chiesta quali potessero essere gli ostacoli e come poter agire per superarli. La prima riflessione è stata sulla comprensione del testo in lingua italiana quando si hanno delle informazioni espresse non solo con numeri (dati assoluti) ma anche con relazioni (dati relazionali). Da qui la necessità di lavorare con attività specifiche sul linguaggio e sulla traduzione in forma sintetica di un testo scritto (Vygotsky, 1969). A questa prima fase, complessa e articolata, ne sono seguite altre finalizzate alla formalizzazione e alla modellizzazione del problema per arrivare alla sua risoluzione. Questa modalità di approccio ha portato gli alunni (in modo naturale) al concetto di equazione ed alla sua risoluzione in forma semplice e intuitiva.

Nell'ideare tutto il percorso ho trovato molti spunti e riferimenti che ho seguito nel progetto Ar.Al (Navarra, 2006a; 2006b).

Finalità

- Favorire il potenziamento del problem solving (D'Amore, 1993; Borasi, 1984).
- Promuovere un approccio all'algebra come linguaggio attraverso l'aritmetica (Malara, 2004, 2012; Malara et al. 2004).
- Sviluppare la comprensione dei testi (da linguaggio naturale a simbolico).
- Individuare e rappresentare relazioni (D'Amore, 1999).
- Stimolare apprendimento attivo e cooperativo.
- Favorire un atteggiamento di scoperta (Piochi, 2010).
- Creare momenti di discussione e confronto.
- Sviluppare l'uso di vari registri (semiotici e rappresentativi).

Obiettivi di apprendimento

- Analizzare, individuare relazioni tra i dati, elaborare procedimenti di soluzione.
- Organizzare in successione logica le operazioni di un problema e verificarle.
- Tradurre le informazioni e le indicazioni del linguaggio comune in un linguaggio matematico utilizzandone correttamente simboli e termini.
- Confrontare criticamente le strategie risolutive.
- Comunicare con un linguaggio spontaneo sempre più chiaro e preciso.

Prerequisiti

Non è richiesto alcun requisito particolare diverso dai traguardi previsti al termine del ciclo della scuola primaria italiana.

Contenuti

- Il testo del problema: analisi
- Dati relazionali e assoluti
- Linguaggio naturale e matematico
- Avvio alle equazioni

Descrizione del percorso

Dati relazionali: difficoltà

In una situazione problematica, un dato assoluto è generalmente ben identificato dai bambini anche perché sono soliti incontrarli nella maggior parte dei problemi che usualmente vengono assegnati nelle classi: il perimetro misura tot, le caramelle sono tot ecc. Un dato relazionale invece, sfugge spesso alla loro attenzione proprio perché non fornisce una informazione numerica anzi, questa è spesso espressa a parole e non si incontra spesso.
I problemi cosiddetti "risolubili con il metodo grafico" o con i segmenti, pongono l'accento sulla rappresentazione grafica mentre la difficoltà, secondo la mia esperienza, è a monte ovvero nella identificazione, comprensione, appropriazione delle informazioni di tipo relazionale.

Consideriamo un problema classico di questo gruppo:
Un signore regala alla figlia Lucia il doppio di quanto dà al figlio Marco. In tutto regala 48 monete d'oro. Quanto riceve ognuno dei due figli?
La situazione contiene un dato assoluto (48 monete d'oro) e un dato relazionale: Lucia riceve il doppio di Marco.
Le incognite da trovare sono due e rappresentano un numero di monete. Nella maggior parte dei testi italiani per la risoluzione viene usata la rappresentazione tipica del metodo grafico che "trasforma" numeri in segmenti.
Si prende casualmente un segmento che rappresenta il numero delle monete di Marco e poi si rappresenta con un segmento "opportuno" il numero delle monete di Lucia; in questo caso la

quantità di monete di Lucia sarà identificata da un segmento lungo il doppio del precedente come si vede nell'immagine (Fig. 1)

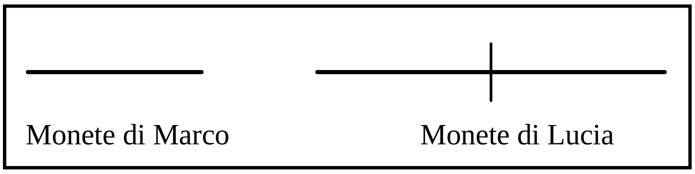

Fig.1 – Le monete di Marco e quelle di Lucia

A questo viene associata un'altra immagine che lega il dato assoluto con le informazioni precedenti ovvero che insieme hanno 48 monete (Fig. 2):

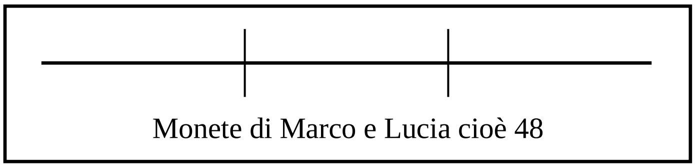

Fig.2 – Le monete di Marco e Lucia

Riflettiamo sulle difficoltà presentate da questo tipo di procedimento:

- Il segmento che è identificato da una lunghezza, fra l'altro arbitraria, sta a rappresentare un numero incognito di monete, in ogni caso una quantità finita. Questo tipo di rappresentazione grafica che vorrebbe essere concreta, risulta in realtà un forte passaggio astratto; a mio avviso, l'alunno non riesce ad identificare nel segmento una quantità da determinare anzi, spesso questa quantità viene identificata erroneamente con la lunghezza del segmento (in centimetri o in lati di quadretto del quaderno) rendendo un'incognita un dato stabilito e quindi fuorviante.
- Occorre riuscire a stabilire una connessione fra il dato assoluto e le rappresentazioni grafiche. Di nuovo un passaggio alla rappresentazione grafica che però nasconde, in questo caso, un'operazione di somma e che deve essere rappresentata con un segmento ottenuto dalla somma dei precedenti.
- Alla rappresentazione con i segmenti spesso non si affianca una scrittura simbolica che traduca il linguaggio naturale e quindi la comprensione del testo risulta totalmente slegata perché operazioni come doppio triplo ecc. non sono visualizzate in simboli matematici.

Linguaggio naturale e simbolico

Il dato relazionale dell'esempio precedente è molto semplice (il doppio) e riporta ad una operazione nota e ben conosciuta agli alunni, ma cosa succede quando la relazione è più complessa?

Partiamo da alcuni esempi di relazioni presenti in problemi riscritti sulla falsa riga di quelli che si ritrovano in testi in uso nella scuola italiana non solo secondaria di primo grado ma addirittura anche alla primaria.

Situazione 1: in una classe i maschi sono 3 in più delle femmine

<u>*Situazione* 2</u>: una scatola contiene cioccolatini al latte e fondenti. Il numero di quelli al latte supera di 4 quello dei fondenti.

<u>*Situazione* 3</u>: l'età di Marco supera di 3 anni il triplo di quella di Luca.

Nella situazione 1 viene solitamente fornita questa modalità di rappresentazione (Fig. 3)

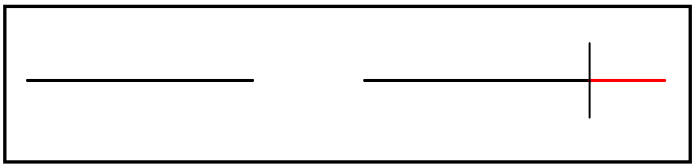

Fig.3 – Presentazione della situazione 1

Dove il segmentino in rosso sta ad indicare quei 3 maschi in più delle femmine la cui quantità è invece identifica dal segmento nero. L'uso del segmento per la rappresentazione è, in questo caso, ancora più fuorviante; ad una lunghezza non conosciuta e scelta arbitrariamente per il primo segmento, si associa un altro "segmentino" altrettanto arbitrario che rappresenta un numero dato.

La situazione 2 contiene un termine su cui è bene soffermarsi a riflettere che è "supera". Per i ragazzi si riferisce esclusivamente alla relazione d'ordine e quindi vene interpretato come sinonimo di "maggiore"; in pratica dire 5 supera 3 è come dire $5 > 3$. In questo caso invece bisogna puntualizzare che il "supera di" non è "supera" e pertanto non porta ad una disuguaglianza ma proprio ad una uguaglianza. Ecco che diventa fondamentale l'uso della scrittura simbolica che ancora prima della rappresentazione grafica deve servire a appropriarsi del testo. Se indichiamo con L il numero dei cioccolatini al latte e con F quello dei fondenti proviamo a "tradurre" la frase in questione aiutando i ragazzi con domande guida.

- *Chi è il soggetto?* Il numero dei cioccolatini al latte.
- *Cosa significa che supera di 4?* Che se conto i fondenti, quelli al latte sono 4 di più.
- *Come possiamo scrivere allora la stessa frase in un altro modo?* I cioccolatini al latte sono 4 in più di quelli fondenti
- *Qual è la differenza tra le due scritture simboliche? Sono entrambe corrette o ce n'è una errata?* $L = F+4$ *oppure* $L > F$*?* Dalla discussione dovrà emergere che vanno bene entrambe ma la prima ci dice esattamente "di quanto è maggiore", mentre la seconda no.

La situazione 3 porta ad una ulteriore riflessione:

Supera di quanto? Di 3

Supera che cosa? Il triplo dell'età di Luca.

Riscriviamo in italiano e poi convertiamo in simboli: Marco ha 3 anni in più del triplo di quelli di Luca oppure Marco ha il triplo degli anni di Luca aumentato di 3, quindi $M = 3 \times L + 3$.

Prima di risolvere problemi, dando per scontato la comprensione del testo, ritengo sia necessario lavorare attentamente sul linguaggio naturale e sulla conversione in simboli matematici. Anche la rappresentazione deve essere sequenziale, o almeno contemporanea, agli altri due aspetti e non certamente precederla né avvenire senza che gli alunni si siano appropriati del testo in modo completo. La risoluzione del problema è di secondaria importanza e non avverrà se prima

non si sono comprese queste dinamiche relazionali nel testo.
In classe ci siamo soffermati a lungo solo sull'aspetto linguistico/simbolico, realizzando molte attività di traduzione da linguaggio naturale a matematico e viceversa, esattamente come suggerito dal Progetto ArAl: "privilegiare la comprensione dei significati delle scritture algebriche attraverso attività di traduzione dal linguaggio naturale a quello algebrico e viceversa, evitando quindi che gli allievi pervengano ad una manipolazione non consapevole dei simboli". www.progettoaral.it.

Dal linguaggio alla rappresentazione: il "mucchio"

Molti ragazzi non riescono a comprendere la rappresentazione grafica con i segmenti nemmeno dopo aver imparato a convertire il testo in simboli. Ho cercato di ideare un metodo diverso che permettesse di superare gli ostacoli dovuti alle difficoltà, di cui ho parlato nei paragrafi precedenti, ed il suggerimento è venuto da una rilettura dei problemi del papiro di Rhind: www.dm.uniba.it/ipertesto/egiziani/rhind. http://online.scuola.zanichelli.it/bergamini-files/Biennio/Esplorazioni/Esp_07_papiro.pdf

Un gruppo di questi viene indicato con il nome "problemi del mucchio": in pratica sono problemi risolubili con equazioni di primo grado, dove il "mucchio" è proprio la quantità incognita. Questa parola ha attirato la mia attenzione: un "mucchio" è qualcosa che si vede, si percepisce, si osserva senza sapere esattamente da quanti elementi è composto. Io l'ho visto come un sacchetto che contiene oggetti: non so quanti siano ma so che all'interno ci sono, li sento, li tocco, li percepisco. Dunque perché non presentare la quantità incognita come un "mucchio"?

Ho portato in classe dei bicchieri di plastica e un sacchetto di ceci ed ho presentato questa situazione specificando chiaramente che all'interno di ogni bicchiere c'era la stessa quantità di ceci. Il bicchiere è il nostro "mucchio"; a differenza del segmento, che non si percepisce come un contenitore di elementi, ma solo come "un pezzo di retta che contiene centimetri", si vede il contenitore e si sente la presenza dei ceci, che possono rappresentare di volta in volta altri elementi ecc. Ho chiesto: "descrivi a parole la situazione che vedi" (Fig. 4).

Fig.4 – Problema del "mucchio": caso 1

La risposta è stata ovvia, ma deludente per me: Anna ha due bicchieri e Bea ne ha uno! Completamente assente l'aspetto relazionale. Chiedo:

"Posso sapere quanti ceci ha Anna?"

"No perché non li vedo"

"Anna ne ha meno di Bea?"

"No prof, ne ha di più." "Anna ne ha uno in più"

È proprio qui uno dei nodi concettuali: questo "uno" è un mucchio o un elemento del mucchio?

Qualcuno dice

"Non lo vede prof che Anna ne ha il doppio?"

Finalmente appare l'aspetto relazionale fra le due quantità. Allora chiedo di tradurre in linguaggio naturale e in simboli: Anna ha il doppio dei ceci di Bea ovvero $A = 2 \times B$.

Riflettiamo su questa informazione; stimolando opportunamente la discussione emerge forte ora la relazione: "se so quanti ne ha Anna trovo quanti ne ha Bea, ma anche il contrario perché una dipende dall'altra".

Il mucchio-bicchiere contenente ceci permette di superare un altro ostacolo. Ripensando all'affermazione "Anna ne ha uno in più" propongo questa situazione (Fig. 5):

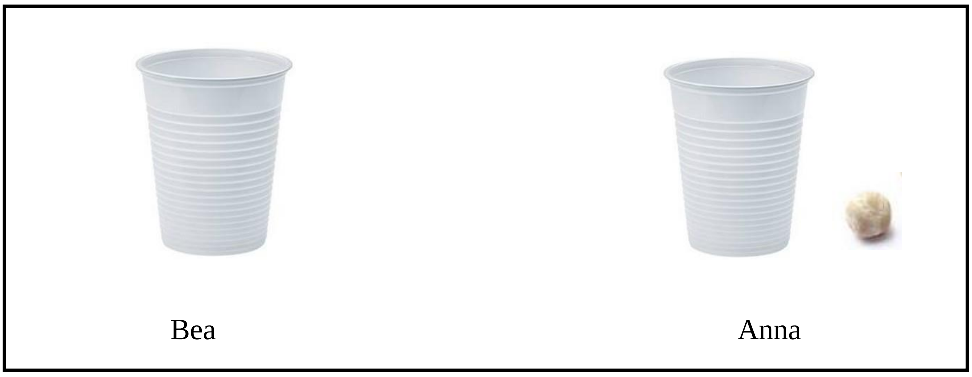

Fig.5 – Problema del "mucchio": caso 2

e chiedo di descrivere a parole e con i simboli i due casi facendo emerge le differenze. Le risposte sono:

- Per il caso 1 Anna ha un bicchiere in più - Anna ha il doppio
- Per il caso2 Anna ha un cece in più – Anna supera Bea di 1 cece.

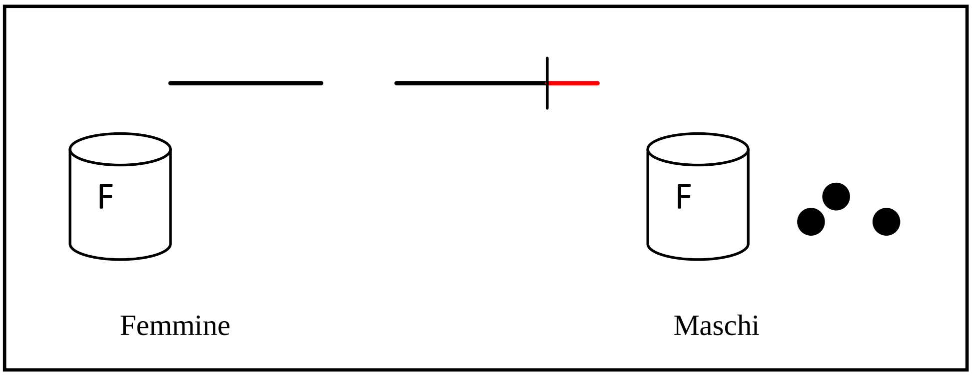

Fig.6 – Maschi e Femmine

L'affermazione precedente "Anna ne ha uno in più" sembra essere troppo generica e viene scartata perché non sembra riferita ad un caso in particolare e viene ritenuta non chiara.

Confrontiamo la rappresentazione con i segmenti del caso iniziale (i maschi sono tre più delle femmine) con la rappresentazione di ceci e bicchieri (Fig. 6)

Il segmento non si "vede" come contenitore di oggetti e il segmento piccolo in rosso non si riesce a capire che cosa rappresenti. Nel caso dei bicchieri è tutto più concreto: l'incognita è rappresentata dal numero dei ceci contenuti in un bicchiere, mentre l'elemento è il cece stesso.

In simboli si ha M = F+3.

Algebricamente questa rappresentazione visiva è molto forte e permette un avvio al calcolo letterale; basta osservare, per esempio, il caso seguente (Fig. 7) con la relativa conversione in x, x+ x + x = 3x, x + 2.

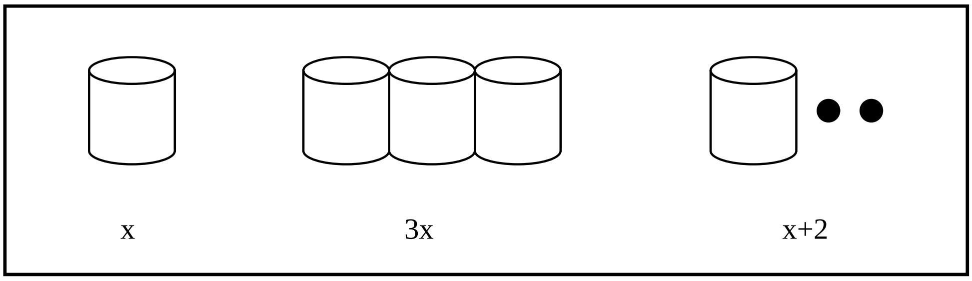

Fig.7 – Passaggio al calcolo algebrico

Su queste rappresentazioni possono essere proposte diverse situazioni da esplicitare.

Dalla rappresentazione alla "macchinetta"

Questo lavoro di analisi del testo, con particolare riferimento agli aspetti relazionali, e di relativa rappresentazione in simboli e grafica, trova una ulteriore espansione con l'utilizzo della "macchinetta". Con questo termine i miei alunni intendono il diagramma che, nella scuola primaria, viene spesso affiancato alla risoluzione dei problemi con espressioni. Vediamo quale opportunità offre questo strumento.

Riferiamoci ancora all'esempio precedente dei maschi e femmine della classe. Il diagramma è il seguente (Fig. 8): F+3 = M.

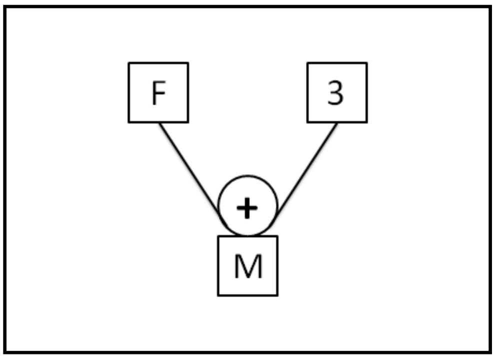

Fig.8 – Diagramma di una "macchinetta"

Percorrendo “alla rovescia” il diagramma, ovvero, come dicono i ragazzi, cambiando il soggetto della frase, riescono a ricavare velocemente le altre relazioni: F = M – 3   e 3 = M – F.

Propongo in classe altri diagrammi sempre più articolati e invito gli alunni a convertire le relazioni da italiano, in simboli matematici, in una rappresentazione grafica e a ricavare altri termini.

Esempio (Fig. 9)

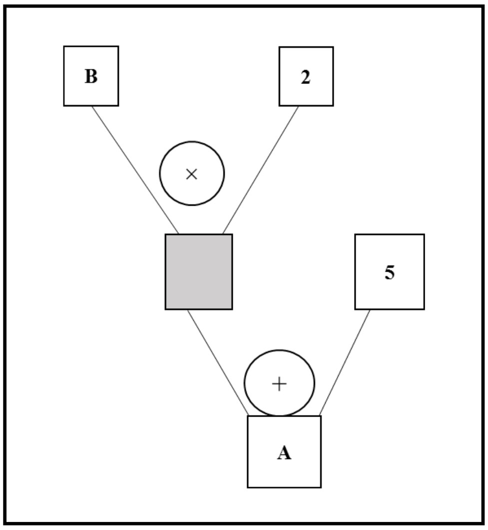

Fig.9 – Diagramma di una “macchinetta” complessa

Italiano: Antonella ha il doppio delle caramelle di Barbara aumentato di 5 oppure, più sinteticamente, A supera di 5 il doppio di B e ancora, A ha 5 in più del doppio di B.

Simboli: A= 2×B+5

Rappresentazione grafica (Fig. 10):

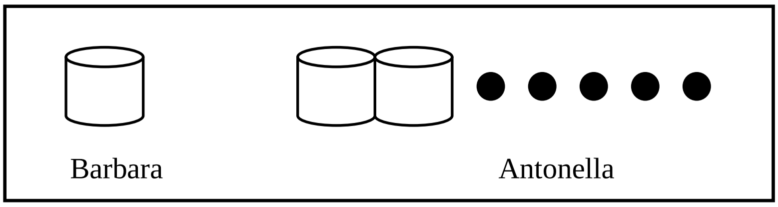

Fig.10 – Rappresentazione grafica del quesito

Ricaviamo B, cambiando soggetto, e otteniamo B = (A–5):2. Il risultato A–5 della parentesi si trova nella casella grigia. Questo tipo di attività aiuta, pertanto, a dare senso all’uso delle parentesi e delle precedenze.

L’uguaglianza è una equazione che in questo caso è rappresentata in un diagramma. Gli alunni si abituano da subito a procedere all’inverso applicando in maniera naturale e spontanea, supportati dalla rappresentazione grafica con bicchieri e ceci, i principi di equivalenza. Questo modo di procedere sarà di grande aiuto ai ragazzi nella manipolazione delle formule geometriche ed eviterà di parlare di “formule inverse dell’area”: non esiste una formula inversa in assoluto come non ne esiste una diretta in assoluto, ma esistono relazioni inverse una dell'altra.

Da un registro all'altro fino alla risoluzione di problemi con equazione

In classe continuiamo a lavorare su vari registri comunicativi con esercizi e attività da svolgere in gruppi. Ogni gruppo successivamente pone agli altri alcuni quesiti e spiega come ha affrontato i propri. La condivisione crea un clima positivo che permette di affrontare anche altre tematiche, di cui parlerò in seguito.

Dopo questa fase di lavoro sul testo si passa alla risoluzione vera e propria del problema che ormai si presenta molto facilitata anche nel caso di situazioni complesse.

Facciamo un esempio:

In una società sportiva con 65 atleti quelli che fanno tennis sono tre in più di quelli che giocano a basket mentre quelli della pallavolo sono due più del doppio di quelli del basket. Trova il numero di atleti che pratica ciascun sport.

Fase 1 - identificazione del "mucchio": il numero dei giocatori di basket

Fase 2 - traduzione in simboli:

B = numero di chi fa basket,

P = numero di chi fa pallavolo,

T = numero di chi fa tennis da cui

$$T = B+3 \text{ e } P = 2\times B + 2$$

Fase 3 - rappresentazione grafica (Fig. 11):

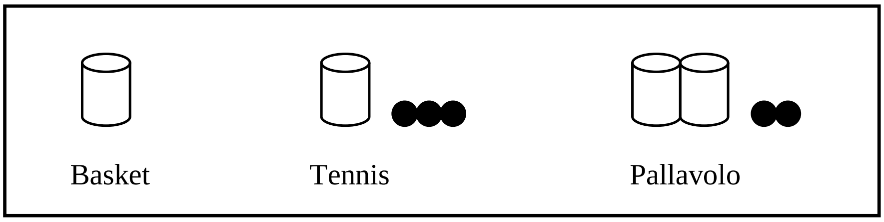

Fig.11 – Rappresentazione grafica del quesito atleti e sport

In un secondo tempo dal barattolo-mucchio si può passare, con facilità, ad una scrittura letterale così: m, $m + 3$, $2 \times m + 2$ dove m sta per il mucchio.

Leghiamo ora il dato assoluto con la rappresentazione grafica (Fig. 12):

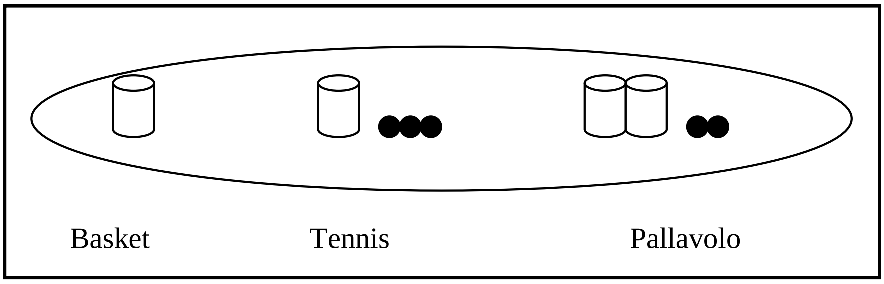

Fig.12 – Rappresentazione grafica del dato assoluto del quesito atleti e sport

Siccome tutto insieme è 65 come possiamo trovare solo il contenuto dei barattoli?

Basterà eseguire 65 – 5 = 60. Poiché 60 è rappresentato da 4 mucchi uguali basta eseguire 60:4 e troveremo il numero del mucchio ovvero la nostra incognita che rappresenta il numero di coloro che fanno basket cioè 15.

A questo punto, dalla rappresentazione, si ricava che T =15+3 = 18 e che P =15×2+2 = 32.

Trasformiamo quest'ultimo disegno in una vera e propria equazione:

4 m + 5 = 65, che con la macchinetta (Fig. 13), diventa:

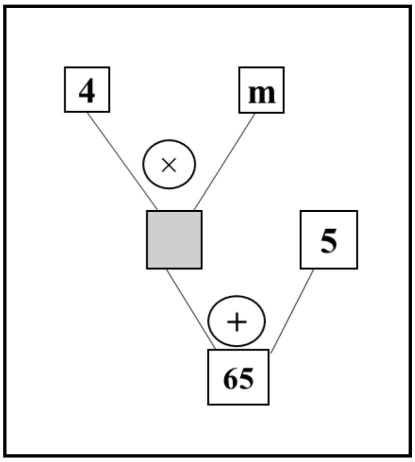

Fig.13 – Rappresentazione grafica della "macchinetta" del problema aggiornata

da cui procedendo al contrario si ha (65-5):4 = *m*.

Punti di Forza

I punti di forza sono diversi e significativi. Eccone alcuni:

- La visualizzazione concreta di situazioni problematiche supera la visione stereotipata e astratta dei segmenti e diventa uno stimolo di ricerca personale, da discutere successivamente con i compagni. Quindi il percorso favorisce sia il *cooperative learning* che la centralità dello studente nel suo apprendimento.
- La molteplicità dei registri utilizzati favorisce la didattica inclusiva, permettendo a ciascuno di conseguire un livello di comprensione positiva di uno o più di essi.
- L'approccio algebrico mette solide basi agli sviluppi successivi, evitando di percepire l'algebra come una serie di regole, dove "oltre ai numeri, a complicare la vita ci sono le lettere" (come ho più volte sentito ripetere a studenti della scuola secondaria di secondo grado).
- La strategia risolutiva del problema diventa semplice, in quanto il percorso permette di superare il vero ostacolo che è quello della comprensione del testo.

Punti di Debolezza

Se faccio l'avvocato del diavolo sono facili da identificare: il tempo e il "programma". Sappiamo bene che il programma nella scuola italiana non esiste più, ma come un fantasma ricompare spesso e molti docenti si lamentano di non avere tempo per svolgerlo tutto. Bisogna avere una visione diversa che sia in linea con le *Indicazioni Nazionali* e con una scuola che si basa sull'apprendimento e non sull'insegnamento; in tal caso non ci sono punti di debolezza, anzi! Il percorso richiede tempi distesi, come è giusto che sia e può protrarsi anche per parecchi mesi. Emma Castelnuovo (1993; 2003; 2007), nell'ambito dell'Officina Matematica, più volte ha ripetuto "lasciate ai ragazzi il tempo di perdere tempo". Bisogna crederci e comprendere che se si procede in questa direzione si raggiungono competenze, che negli anni successivi saranno già consolidate e tali dunque da aver permesso il raggiungimento dei traguardi, che sono i veri obiettivi del nostro lavoro.

Risultati positivi dal punto di vista cognitivo

La classe ha risposto molto positivamente, infatti nessun alunno è stato reticente di fronte alle consegne e tutti hanno preso parte al lavoro in prima persona senza delegare ad altri.

Risultati positivi dal punto di vista motivazionale

Il percorso, che si è arricchito con altre attività pre-algebriche, ha coinvolto così tanto i ragazzi che si sono avute "espansioni" interessanti. Abbiamo lavorato, ad esempio, sulla scoperta di regolarità in sequenze di vario tipo e per ciascuna è stata una vera e propria gara, non solo identificare la regola, ma soprattutto convertila in linguaggio algebrico, oltre che nel linguaggio naturale. Tutto il lavoro fatto è stato presentato con successo all'esposizione di matematica al termine dell'anno scolastico. Inoltre, abbiamo iniziato ad usare bilance per stabilire e cercare relazioni fra più soggetti.

Difficoltà cognitive e organizzative e superamento delle stesse

Le difficoltà cognitive, che nell'analisi a priori avevo previsto, in realtà, non sono state rilevanti. Il mio timore era riferito al passaggio dal linguaggio naturale a quello simbolico/rappresentativo, che invece è avvenuto spontaneamente per alcuni ragazzi, che nella classe si distinguono per le loro capacità. Fortunatamente gli stessi, anche grazie ad un continuo stimolo a lavorare in gruppo e a discutere collettivamente le proposte, sono un buon traino per gli altri e i loro spunti non cadono quasi mai nel vuoto anzi vengono accettatati in modo stimolante. L'apprendimento tra pari, la capacità che hanno raggiunto nel lavorare in gruppi e nel discutere collettivamente sono state, dunque, le vere risorse di tutto il percorso.

Documentazione fotografica e spunti per la verifica

Seguono due testimonianze del lavoro in classe degli alunni (Figg. 14 e 15):

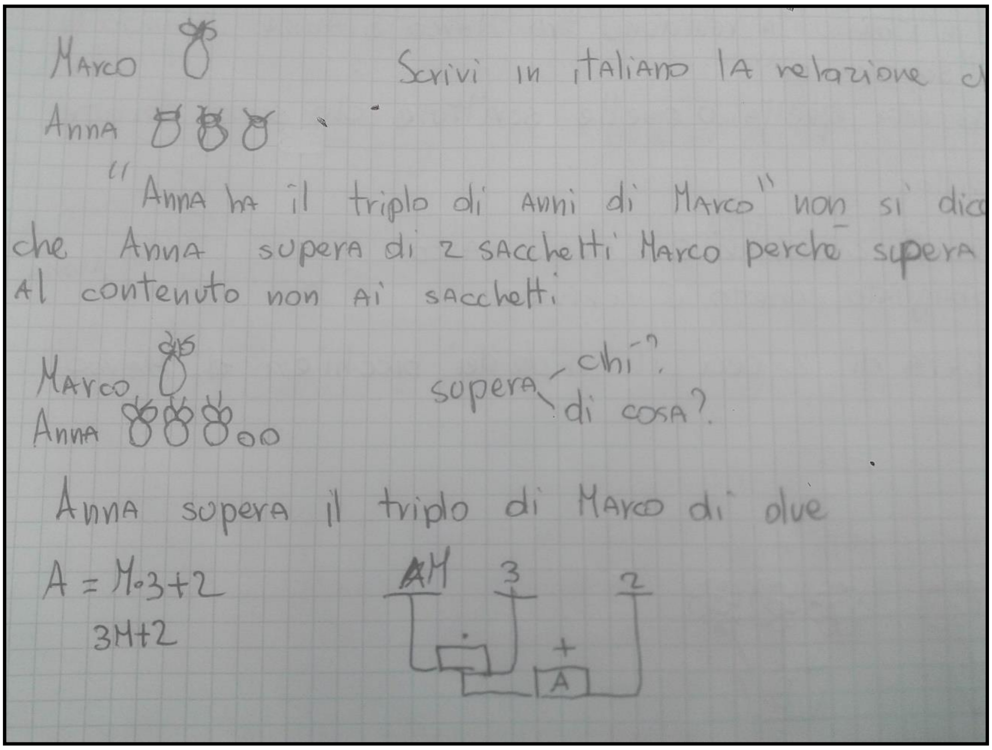

Fig.14 – Prima testimonianza del lavoro in classe di un alunno

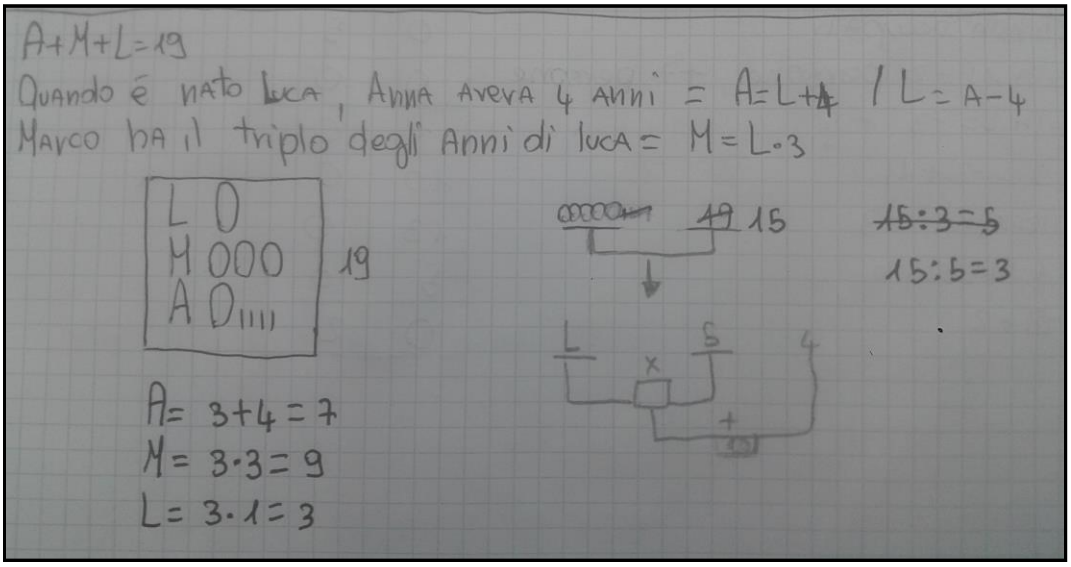

Fig.15 – Seconda testimonianza del lavoro in classe di un alunno

Nella cartella dedicata a questo articolo il lettore troverà ulteriori documentazioni fotografiche delle attività in classe ed alcuni spunti per la prova di verifica finale.

Conclusione

L’esperienza presentata è frutto di diversi anni di riflessione, studio, prove e tentativi. Credo che un docente debba sempre porsi la domanda:

- Perché questo argomento o questo concetto non è passato?
- Perché il sapere non è diventato apprendimento?
- Cosa posso fare per superare questa difficoltà?

Apprendere non è un processo di memorizzazione, ma è acquisire atteggiamenti e comportamenti diversi: le informazioni devono essere rielaborate, direi “rimasticate”, dall’alunno in autonomia e nel rapporto tra pari. Per fare questo è necessario che il docente proponga attività stimolanti, in grado di mettere l’alunno a proprio agio in un atteggiamento costruttivo, collaborativo, propositivo.

Quindi prima di tutto ho cercato di identificare quale potesse essere l’ostacolo di quella tipologia di problemi e in seguito di ideare metodi e strategie di superamento; ci sono state varie fasi che hanno visto le mie riflessioni unirsi e connettersi con le proposte dei ragazzi. Ne è uscito questo percorso che, di volta in volta, continua ad ampliarsi e ad arricchirsi portando alla luce *misconcetti*, ma anche fornendo spunti e idee interessanti, che nascono dalla discussione diretta con gli alunni e che portano al loro superamento.

Per me è stata una grande soddisfazione vedere come i ragazzi siano riusciti, non tanto a risolvere i problemi, ma principalmente ad acquisire una competenza nell’uso dei linguaggi, appropriandosi di significati e dei modelli mentali tipici del pensiero algebrico.

L’uso dei segmenti per la risoluzione di questo tipo di problemi, risulta a mio parere e sulla base della mia esperienza, astratta e vuota di significati. A conclusione, quindi, mi sento di ringraziare i miei alunni che nel corso degli anni sono andati decisamente oltre queste sterili rappresentazioni, riuscendo a fornirmi spunti di riflessione determinanti, che, ridiscussi in classe, hanno portato alla stesura di questo percorso, in grado di sviluppare una nuova visione del pensiero algebrico.

Dichiarazione di conflitti di interesse

L’autrice dichiara di non avere conflitti di interesse rispetto la paternità o la pubblicazione di questo articolo.

Deposito dei materiali dell’attività

Al seguente link sono depositati eventuali materiali inerenti questo l’articolo. Questi materiali nel tempo potranno essere modificati e arricchiti seguendo l’evoluzione delle idee sottostanti o/e future sperimentazioni svolte dall’autore dell’articolo.

http://www.edimast.it/J/20160202/02870302CA/

Bibliografia

Borasi R., (1984). Che cos'è un problema? Considerazioni sul concetto di problema e sulle sue implicazioni in didattica della matematica. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. 2, 7, 83-98.

Castelnuovo E., (1993). *Pentole, ombre, formiche. In viaggio con la matematica*. La Nuova Italia, Firenze.

Castelnuovo E., Barra M, (2000[3]). *Matematica nella realtà*, Boringhieri, Torino.

Castelnuovo E., (2003). *Emmatematica – insegnamento di Emma Castelnuovo*, Edifir Edizioni, Firenze.

Castelnuovo E., (2007). Lectio magistralis: Insegnare Matematica, Festival della matematica di Roma, 15 marzo 2007, in Emma Castelnuovo- insegnare Matematica (DVD a cura di S. Serafini), 2008, Iacobelli, Roma; reperibile su: http://www.umi-ciim.it/downloads/storia/testimonianze/LectioMagECast.pdf oppure su http://www.mat.uniroma1.it/ricerca/gruppi/education

D'Amore B., (1993). *Problemi. Pedagogia e psicologia della matematica nell'attività di problem solving*, Angeli, Milano.

D'Amore B., (1999). *Elementi di Didattica della Matematica*, Pitagora, Bologna.

D'Amore B., Sandri P., (1993). Il problema nella pratica matematica ed educativa. *L'educatore*. I-X.

Malara Nicolina A., Fiorini R., Incerti V., (2004). *Percorsi di insegnamento in chiave prealgebrica nella scuola dell'obbligo. Rappresentazione di problemi e di processi, segni e simboli …*, Pitagora editrice, Bologna.

Malara Nicolina A., (2012). Il caso dell'algebra. Consolidamenti nella ricerca e mutamenti di prospettiva nell'insegnamento, in Arzarello, F. (a cura di), Insegnare matematica, 5 oggi. Ricerca didattica, rilevamento degli apprendimenti. Pratiche di classe. *Dossier Insegnare*, pp. 52-61.

Malara Nicolina. A., (2004). Formazione degli insegnanti ed avvio al pensiero algebrico, in Malara, N.A. *Altri Percorsi di insegnamento in chiave pre-algebrica: rappresentazione di problemi e di processi, segni simboli e negoziazione dei loro significati*, Pitagora, Bologna, pp. 11-36.

Navarra G., (2006a). Prassi. In D'Amore B. e Sbaragli S. (Eds), *Atti Incontri con la matematica n.20: La didattica della matematica in aula*, Castel S. Pietro, Pitagora Editrice, Bologna, pp. 165-170.

Navarra G., (2006b). Il rinnovamento dell'insegnamento dell'area aritmetico-algebrica nella scuola dell'obbligo: il caso del Progetto ArAl. In *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, Vol. 29 A-B, n. 6. Centro U. Morin, Paderno, pp. 701-712.

Piochi B., (2010). Laboratorio di matematica nella scuola secondaria di I grado, Fare Matematica con mente e corpo. *L'insegnamento della matematica e delle Scienze integrate*, Vol. 33 (1-A), pp. 47-63.

Zan R., (2007a). La comprensione del problema scolastico da parte degli allievi: alcune riflessioni, *L'insegnamento della matematica e delle Scienze integrate*, Vol. 30 (6-A-B), pp. 741- 762.

Zan R., (2007b). *Difficoltà in matematica – Osservare, interpretare, intervenire*, Springer, Milano.

Vygotsky L.S., (1969). *Pensiero e linguaggio*, Giunti-Barbèra, Firenze.

L’Autrice

Antonella Castellini
Istituto Comprensivo 1
Scuola secondaria di primo grado “F.C.Marmocchi”
Viale Garibaldi 30-32 53036 Poggibonsi (SI)
E-mail antocastellini@gmail.com
Italia

Laureata in matematica ha conseguito due master in “D*idattica della matematica*”.
Si occupa da anni di formazione dei docenti.
E’ autrice per una rivista nazionale di didattica per la scuola primaria.
Ha svolto il ruolo di tutor in vari progetti nazionali del MIUR.
Svolge attività di ricerca-azione anche a livello internazionale nell’ARMT.
Coautrice di diverse pubblicazioni su esperienze didattiche.

Received July 27, 2016; *revised* August 18, 2016; *accepted* September 13, 2016; *published online* September 21, 2016