article

ISSN 2421-7247

La comunicazione didattica in Matematica: Aspetti critici ed esperienze di apprendimento

Valentina Mastrogiacomo, Erminia Paradiso

Abstract. *Students' difficulties in learning mathematics are long-faced, intricate matters. We can face up to this problem through different perspectives. A link between difficulties with mathematics and Specific Learning Disabilities requires well-defined methods and tools, so we would like to consider difficulties about communication of mathematics' notions. In this article, there is an introduction about the literary aspects of mathematics linked to psychological difficulties in learning. There's also a review about experiences of communication and didactic training with ICT.*

Key words. *Mathematics, communication, ICT, didactics.*

Sommario. *La difficoltà degli studenti nell'apprendimento di concetti matematici costituisce una questione annosa e complessa, affrontabile secondo molteplici prospettive. Tralasciando la "difficoltà in matematica" come espressione di un disturbo specifico d'apprendimento, la cui trattazione richiederebbe modalità e strumenti ben definiti, può essere utile riflettere sulla difficoltà di comunicare adeguatamente i contenuti della disciplina. Nell'articolo saranno esposti gli aspetti del linguaggio matematico che contribuiscono a determinare una predisposizione psicologica negativa verso l'apprendimento della disciplina stessa e sarà proposta una breve rassegna di esperienze di comunicazione efficace supportate dalla tecnologia nella didattica della matematica.*

Parole chiave. *Matematica, comunicazione, tecnologia, didattica.*

Introduzione

I dati OCSE PISA 2012, che hanno misurato le competenze degli studenti quindicenni in matematica e in problem solving, ci dicono che gli alunni italiani non conseguono buoni risultati in matematica. Le loro competenze matematiche, infatti, si situano significativamente al di sotto della media OCSE e, per di più, se confrontiamo i risultati ottenuti dalle ragazze e dai ragazzi, risulta che il differenziale medio in matematica tra i 30 paesi OCSE è pari a 11 punti a favore dei maschi, invece l'Italia è la quart'ultima tra questi paesi con un divario pari a 18 punti. L'OCSE sottolinea che tali scarsi risultati sono correlati con alcune idee e atteggiamenti diffusi, come il credere di saper risolvere i problemi di matematica (self-efficacy), l'autostima nelle proprie capacità matematiche (self-concept) e anche la notevole dose di ansia e di stress con cui si affronta la matematica. Il differenziale persiste anche a parità di istruzione dei genitori, di professione, di area geografica, di frequenza e di tipologia di scuola superiore. Pertanto, in Italia, al basso rendimento in matematica registrato per gli alunni quindicenni in generale, si associa il notevole gap esistente nei risultati riportati dalle ragazze e dai ragazzi. Alcuni studi hanno sottolineato come le metodologie di insegnamento della matematica siano rilevanti per abbassare il differenziale di genere e favorire lo sviluppo di *competenze matematiche*. A tale proposito, si richiamano due definizioni di competenza "…combinazione di conoscenze, abilità e [attitudini] atteggiamenti appropriati al contesto" (Raccomandazione del Parlamento Europeo e del Consiglio, 18 dicembre 2006) e "La competenza non si limita agli elementi cognitivi (che implicano l'utilizzo di teorie, concetti o conoscenze tacite), ma comprende anche aspetti funzionali (competenze tecniche), qualità interpersonali (per esempio, competenze sociali o organizzative) e valori etici" (Cedefop, 2004). L'apprendimento, quindi, non avviene acquisendo passivamente e successivamente le singole componenti contenutistiche, non avviene rapidamente, ma avviene in tempi lunghi e in un confronto continuo con il mondo reale, richiede un processo dove l'allievo deve sviluppare *abilità metacognitive e relazionali*, svolgere un ruolo attivo, diventando egli stesso protagonista del proprio apprendimento.

Nell'approcciarsi al tema della difficoltà in matematica può essere utile richiamare anche l'apparentemente ironica ma calzante diagnosi di "atteggiamento negativo", proposta da Rosetta Zan (2007). L'autrice, avendo raccolto 1600 temi autobiografici di alunni riguardanti le loro esperienze di apprendimento della matematica, ha elaborato una prospettiva caratterizzata da una multidimensionalità dell'atteggiamento, il quale risulta caratterizzato dalla dimensione emozionale, dal senso di auto-efficacia e dalla visione individuale riguardante la disciplina. La proposta di Rosetta Zan non intende soltanto rendere conto della complessità dell'atteggiamento verso la disciplina, ma desidera soprattutto dar spazio a un'interpretazione dell'esperienza in grado di indicare un percorso di miglioramento da seguire. La componente dell'esperienza didattica che attraversa, coinvolge e connette le dimensioni dell'atteggiamento è la comunicazione, punto di partenza del presente discorso. Per comprendere le modalità nelle quali le dinamiche comunicative si configurano come supporto od ostacolo all'esperienza didattica, è quindi necessario effettuare una loro analisi, specificamente riferita alla matematica.

L'insegnante che s'ispira a una visione della disciplina ridotta alle regole di applicazione del simbolismo convenzionale, tralasciando le potenzialità offerte da uno stile di comunicazione efficace, limita l'esperienza di apprendimento degli alunni e pone le basi per lo sviluppo di un atteggiamento negativo verso la matematica. Un simile evento può predisporsi nel caso in cui l'insieme di registri linguistici presenti nel contesto didattico generi una confusione tale da offuscare il linguaggio formale specifico della matematica, il quale, per la sua complessità, richiede attenzione e utilizzo sapiente e imprescindibile. È pertanto necessario gestire con cura e professionalità qualsiasi tentativo di coniugare il rigore proprio della didattica matematica con una comunicazione informale, sempre più diffusa in contesti istruttivi nel tentativo di migliorare la relazione docente-allievi.

La presente trattazione s'ispira a una visione dell'insegnante quale titolare di un duplice ruolo, consistente sia nella trasmissione di contenuti che nella guida dell'esperienza di apprendimento. Per tale ragione ci si sofferma sulla gestione della comunicazione didattica da parte del docente, sulle sue percezioni riferite alla disciplina e sulle sue caratteristiche personali in grado di agevolare l'esperienza di apprendimento. Gli studi finora condotti sull'argomento prevedono progetti di potenziamento della comunicazione didattica basati su gruppi di discussione *online* e utilizzo di altre risorse di rete. Un simile approccio è incoraggiato, nonché analizzato nelle sue potenzialità e margini di perfezionamento.

Apprendimento attivo della Matematica e Comunicazione

Già nel 1969, il pedagogista americano Edgar Dale, nel corso dei suoi studi sintetizzati mirabilmente nel famoso "*Cono dell'apprendimento*" (vedi Fig.1), evidenziava come la nostra memoria sia influenzata in modo significativo dalle esperienze e che tanto più quest'ultime implicano un coinvolgimento attivo tanto più perdurano nei nostri ricordi. Infatti, dalle analisi di Dale emerse che, dopo due settimane, tendiamo a ricordare solo il 20% di ciò che ascoltiamo ma il 70% di ciò che diciamo e il 90% di ciò che diciamo e facciamo. È evidente il ruolo importante che gioca la *Comunicazione* nei processi di apprendimento di tutte le discipline e, a maggior ragione, della matematica.

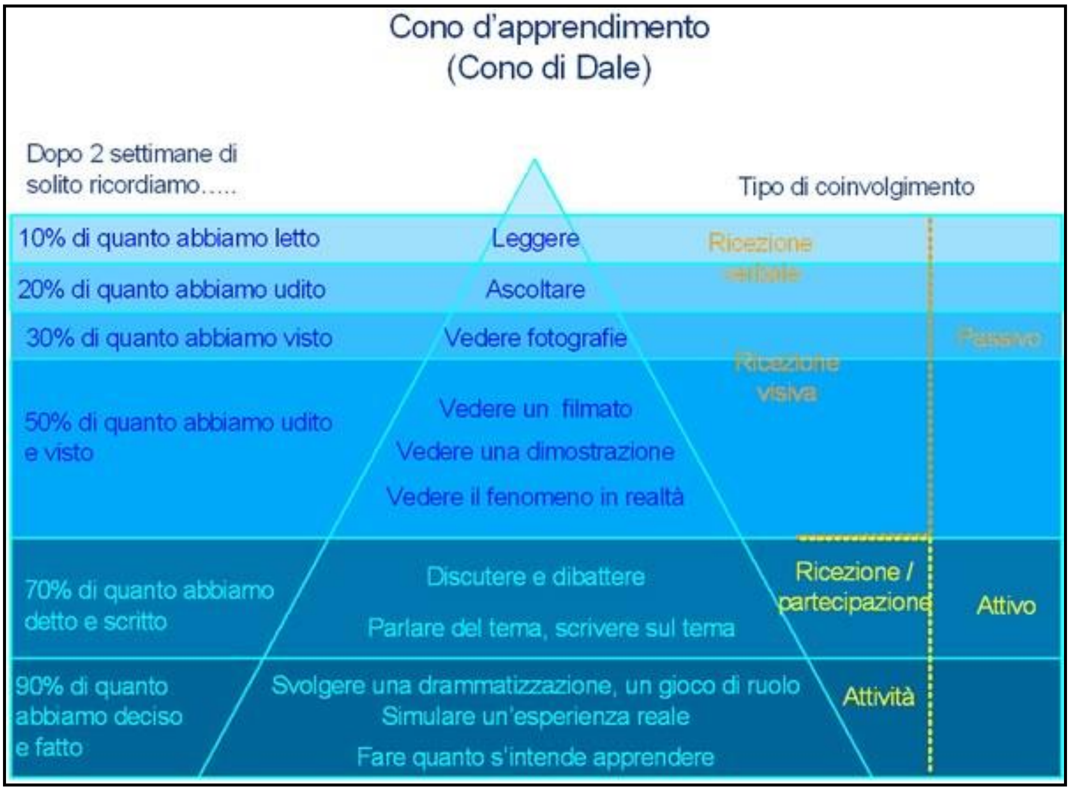

Fig.1 – Cono di apprendimento di Dale

Per convincersi di ciò, si può riprendere la ricerca condotta da Anna Sfard, descritta nel suo libro "*Psicologia del pensiero matematico. Il ruolo della comunicazione nello sviluppo cognitivo*" (2009), che «si rivolge allo studio del pensiero dell'essere umano in generale e del pensiero matematico in particolare», in cui si sostiene che la diffusa difficoltà nell'apprendere la matematica tragga origine dall'ambiguità insita nel nostro linguaggio. Infatti, è dichiarato: «quali sono le caratteristiche della matematica che la rendono così difficile da essere appresa» e, tra le cause, viene indicato il fatto che la disciplina ha alla base un substrato di regole logiche che la rendono sfuggente e inafferrabile. Quindi, la Sfard dedica il suo sforzo a dirimere la complessità che lega l'apprendimento e il pensiero creativo, *dando al linguaggio un ruolo costitutivo* e coniando il termine «*comognizione*» combinazione di comunicazione e cognizione.

Elementi formali e informali del linguaggio matematico

Nel tentativo di ricostruire l'evoluzione del linguaggio scientifico, Halliday (1993) aveva già individuato - come frutto di tale percorso - la tendenza a formulare i processi evitando l'aspetto verbale, per poterli quindi rendere in forma sostantivata. Questo implica un passaggio di considerazione da *processo* a *cosa*, al fine di rendere linguisticamente possibile la reciproca attribuzione di processi, di ordinare e predire gli eventi nel mondo fisico. La costruzione di gruppi nominali, pur fornendo un contributo in termini di categorizzazione della conoscenza teorica, metodologica e tecnologica, sembra aggiungere complessità al linguaggio scientifico. Schleppegrell (2007), poi, nell'analizzare la complessità del linguaggio matematico, individua ulteriori sfide d'interpretazione, consistenti nelle formulazioni multimodali dei concetti matematici - in termini di composizioni di parole e simboli - e nelle complesse strutture linguistiche presenti nel discorso matematico (del tipo: "*a è b, c è d, quindi e è f*"). La prospettiva emergente da tali studi è quella di *favorire un approccio multimodale al registro linguistico matematico*, in modo da risultare potenziata la funzione semiotica del linguaggio, a sostegno della componente simbolistica.

Un elemento di ulteriore complessità nella comunicazione dei contenuti afferenti alla disciplina è costituito dalla presenza di una molteplicità di registri linguistici presenti nel contesto didattico (D'Amore, Fandiño Pinilla, 2007), quali:

- Un linguaggio formale specifico della matematica;
- Un linguaggio dichiarativo orale dell'adulto che ha come oggetto la matematica;
- Un linguaggio dichiarativo scritto dell'adulto;
- Un linguaggio dichiarativo orale dell'allievo;
- Un linguaggio dichiarativo scritto dell'allievo;
- Un linguaggio di comunicazione, cioè dialogico, dell'adulto diretto all'allievo;
- Un linguaggio dialogico dell'allievo diretto all'adulto;
- Un linguaggio dialogico dell'allievo diretto a un suo pari.

L'insegnante, che ha già concettualizzato il contenuto che intende comunicare, può permettersi di cambiare anche continuamente il registro linguistico, ben consapevole che si tratta di rappresentazioni diverse dello stesso concetto. L'allievo, invece, proprio in quanto tale, non ha a disposizione il concetto che l'insegnante vuole trasmettergli, ma soltanto le rappresentazioni e spesso finisce con il confondere il concetto astratto con le sue rappresentazioni concrete. Di fronte a un tale coacervo di rappresentazioni, la difficoltà del ruolo formativo risiede nell'imporre il *rigore* che la didattica matematica esige.

La necessità di rigore può generare ulteriori importanti difficoltà nella comunicazione della matematica, poiché i destinatari di tale comunicazione sono persone prive di un particolare *background* disciplinare (Dedò, 2012). Un'esperienza italiana ha dimostrato la possibilità di mantenere il rigore richiesto dalla didattica matematica pur assumendo uno stile di comunicazione – per quanto possibile – informale. Le ricerche del Centro Interuniversitario di Ricerca per la Comunicazione e l'Apprendimento Informale della Matematica, per l'appunto, hanno suscitato un vivo dibattito, in quanto alcuni matematici hanno sostenuto che l'utilizzo dell'aggettivo "informale" riferito alla disciplina, basata notoriamente sul formalismo, dia luogo ad una evidente contraddizione. I fondatori del Centro hanno, però, motivato la loro scelta e i loro intenti, sostenendo la presenza di una grande domanda e un gran bisogno di comunicazione informale della matematica, sia nelle scuole che - più in generale - nella società.

Intuitivamente, il linguaggio "informale" ha una caratteristica che mal si adegua al rigore matematico, consistente nella sua potenziale ambiguità. Il concetto di ambiguità, trovando però un sinonimo favorevole nell'idea di molteplicità, può essere degno di considerazione positiva. Secondo i fondatori del Centro, infatti, la molteplicità dà luogo ad arricchimento, perché consente di esplorare regioni inaccessibili per chi non è avvezzo a un linguaggio formale. L'arricchimento derivante dal *concetto di ambiguità* consiste anche nella facilitazione dell'attività associativa, strumento fondamentale per costruire e trasmettere pensieri, immagini e concetti astratti. Si può obiettare a tutto ciò, sostenendo che un approccio informale alla matematica costituisca un rischio. L'informalità, ad ogni modo, non esclude il controllo sulle possibili interpretazioni dei contenuti comunicati. Un utile strumento di controllo in ambito didattico è costituito dall'ascolto attivo (Gordon & Bruch, 1974; Rogers & Farson, 1979), consistente nell'accogliere incondizionatamente l'informazione di ritorno della comunicazione inoltrata, valorizzandola e integrandola al fine di migliorare la pratica. Il controllo va potenziato se l'approccio informale prevede immagini (animazioni virtuali o modelli tridimensionali che possano essere toccati e manipolati) per comunicare un contenuto matematico, dato che non si tratta di rappresentazioni perfettamente corrispondenti al concetto da trasmettere. In seguito sono stati presentati studi a supporto del valore didattico dell'uso di immagini e contenuti virtuali nel suggerire concetti, ragion per cui la loro presenza in un approccio informale alla matematica va sicuramente favorita.

Difficoltà nella comunicazione didattica della matematica

Nel riportare le loro esperienze d'apprendimento in matematica, gli studenti sottolineano spesso un eccessivo focus del docente sui concetti piuttosto che sulle modalità linguistiche di trasmissione degli stessi. Si potrebbe rigettare tale critica, sostenendo che la matematica dia luogo a un linguaggio universale con una struttura costituita da definizione, teorema e prova (Jamison, 2000) e che i simboli corrispondano alle parole del linguaggio umano, avendo la funzione di trasferire significato (Bezuk et al., 2003). Una tale considerazione, seppur valida, non autorizza a progettare un'esperienza didattica fondata sull'idea secondo la quale nella presentazione di un teorema è insita la dimensione relativa alle competenze di comunicazione nel linguaggio matematico, le quali competenze comunicative sarebbero quindi trasmesse in automatico. *L'insegnante di matematica ha, quindi, il dovere di favorire lo sviluppo di competenze di comunicazione matematica, indipendentemente dalla trasmissione dei concetti di riferimento* (Kabael, 2012); si tratta di trasformare il sapere in un "sapere da insegnare" (D'Amore, 1999b).

Gray (2004) fornisce un'ipotesi sul perché gli insegnanti tendano a trascurare le abilità comunicative, facendo riferimento alla teoria dell'auto-efficacia di Bandura (1997). L'autore, infatti, sostiene che l'insegnante tenda a trascurare la componente comunicativa perché non conosce adeguate modalità linguistiche di trasmissione del concetto, oppure perché ritiene di non essere in grado di comunicare efficacemente, esibendo in tal caso deficitari livelli di auto-efficacia. La letteratura sull'argomento propone uno strumento di valutazione di auto-efficacia del docente (Language of Mathematics Teacher Efficacy Scale; Gray, 2004), utile per comprendere le origini della lacuna nella funzione d'insegnamento e poter eventualmente intervenire, in modo tale da compensare il deficit. Kabael (2012), in una sperimentazione condotta sugli insegnanti di matematica di livello corrispondente alla scuola media italiana, ha riscontrato difficoltà nella modalità di affrontare un discorso di valutazione e negazione di alcune proposizioni. È, quindi, possibile ipotizzare che l'alunno, rapportandosi a un docente con simili caratteristiche, possa assimilare le modalità comunicative proposte, *contribuendo alla diffusione di un modello di apprendimento-insegnamento basato su una <comunicazione inefficace>*.

Esperienze di comunicazione efficace supportate dalla tecnologia

Dalgarno e Colgan (2007) hanno favorito un esperienza di sviluppo professionale per insegnanti di matematica, predisponendo loro un ambiente di discussione disciplinare online. Dalle analisi dei *self-report* dei partecipanti è emerso che un simile contesto di apprendimento si rivela utile per favorire la proattività nella ricerca di esperienze di sviluppo, nonché per incentivare la ricerca di risorse didattiche di qualità. La *community* di riferimento era ispirata ai principi della comunità di pratica (Lave e Wenger, 1991), essendo organizzata in modo tale da favorire la condivisione delle risorse, la collaborazione tra utenti e l'integrazione di nuovi membri.

L'uso delle tecnologie di informazione e comunicazione incoraggia, quindi, l'apprendimento attivo e collaborativo, nonché la conoscenza individuale e la struttura dell'insegnamento frontale. Brahim et al. (2014), in un'indagine condotta tra gli insegnanti, hanno però rilevato che *gran parte degli insegnanti di matematica utilizza le risorse della rete Internet a scopi personali e non didattici*. Partendo da tale constatazione, risulta necessario proporre percorsi di formazione all'uso delle tecnologie di comunicazione e informazione, in modalità funzionale al perfezionamento professionale e allo sviluppo di ambienti di insegnamento-apprendimento attivo.

Le tecnologie di informazione e comunicazione costituiscono non soltanto una modalità utile allo sviluppo e all'aggiornamento professionale. Molti docenti, dopo averne appreso i criteri di utilizzo ottimali e aver ottenuto una prospettiva delle risorse fruibili, si servono di supporti multimediali anche per le loro attività di insegnamento. In particolare, Khorasani (2012) ha verificato l'utilità dell'attività di insegnamento della matematica col supporto di collegamenti a pagine web. I risultati di apprendimento sono stati soddisfacenti e l'autore li imputa alla fruibilità e riutilizzabilità del materiale, ipotizzando anche che una spiegazione mediata possa risultare più chiara, al netto delle interferenze proprie della comunicazione faccia a faccia. Quest'ultima sembra essere l'idea alla base della diffusione di esperienze di *blended learning* associati a corsi scolastici e universitari di matematica e altre discipline scientifiche. Inoltre, D'Aprile (2011) ha evidenziato nelle sue ricerche che gli strumenti forniti dalle piattaforme o ambienti virtuali di supporto aiutano l'organizzazione dei documenti, dei riferimenti bibliografici, delle attività didattiche, semplificano e favoriscono la compilazione di quiz, l'assegnazione e la correzione di compiti e, soprattutto, attenuano alcune delle difficoltà di comunicazione tra docente e allievi.

L'accostamento della pedagogia dell'apprendimento tra pari all'insegnamento della matematica ha dato luogo a una nuova prospettiva. Non è recente, infatti, la volontà di introdurre – in ambito didattico – principi di apprendimento collaborativo, al fine di favorire e potenziare attività di pensiero, ragionamento e metacognizione (Lucangeli, Coi e Bosco, 1997). Un percorso matematico prevede la costruzione di assunti matematici, lo sviluppo e la valutazione di argomenti, la selezione e l'applicazione di diversi tipi di rappresentazione (NCTM, 1989). L'attività metacognitiva prevede, invece, sulla base di concetti matematici, l'abilità di spiegare i processi di ragionamento sottostanti (Mevarech e Kramarski, 1997), nonché la generale riflessione sui processi individuali di controllo e autoregolazione (Schoenfeld, 1985).

Da tempo si sostiene che l'interazione con l'altro possa facilitare i suddetti processi (Piaget, 1926; Vygotskij, 1978); è invece più recente l'idea che la tecnologia possa aiutare a elevare cognitivamente il ragionamento, supportando le attività di pianificazione, monitoraggio e anticipazione di possibili risultati (Zembat, 2008). Il *peer tutoring* favorisce la dimensione motivazionale all'apprendimento. Da qui il progetto di creare ambienti virtuali di apprendimento tra pari. I risultati di simili esperienze supportano l'idea di base: *la partecipazione a discorsi matematici in un contesto di comunità di pratica favorisce la trasmissione di idee e strategie* (De Corte, 2000; Sfard, 2000). La *membership*, inoltre, potenzia il concetto di sé e, quindi, una positiva attitudine verso l'apprendimento anche dei concetti più ostici della matematica (Ma, 1997). Tsuei (2012), in una rassegna sul tema, ha tracciato le linee da seguire nell'implementazione di *peer tutoring system di didattica della matematica: è necessario istituire un ambiente virtuale sincrono, improntato alla costruzione collaborativa della conoscenza* (Scardamalia e Bereiter, 1994), *per favorire l'intervento e la partecipazione, necessari perché si realizzi quell'apprendimento attivo, in grado di perdurare più a lungo nella memoria (Cono dell'apprendimento, Edgar Dale)*.

Conclusione

L'introduzione di supporti tecnologici (LIM, software 3D, risorse di rete, ecc.) alla didattica rappresenta attualmente, nella maggior parte dei casi, ancora una semplice prospettiva, poiché si può registrare più che altro una diffusa alfabetizzazione informatica e l'uso della LIM come strumento di visualizzazione in grande. La digitalizzazione di processi nelle attività scolastiche è ancor oggi agli albori. Quindi, sarà necessario attendere i dovuti tempi di maturazione socio-culturali per poter usufruire a pieno dei vantaggi tecnologici applicati alla didattica.

I risultati degli studi proposti dalla letteratura sull'argomento offrono promesse incoraggianti e spunti di notevole interesse. È possibile affermare che, allo stato attuale, le esperienze e le proposte letterarie tracciano "Linee Guida" alle quali ispirarsi, nel caso in cui si riscontrino dinamiche di comunicazione inefficace, da voler risolvere seguendo metodologie di insegnamento che utilizzano le prospettive d'innovazione tecnologica.

A tale proposito, non si può fare a meno di segnalare l'importante esperienza in atto in alcune scuole italiane che aderiscono ad *"Avanguardie Educative"*, un movimento di *innovazione educativa*, nato dall'iniziativa congiunta di INDIRE con un primo gruppo di scuole, che porta a sistema le esperienze didattiche più significative della scuola italiana.

Il movimento offre e alimenta una "galleria di idee" che sono sperimentate dalle scuole aderenti e presentate quali esperienze come in un mosaico, il cui obiettivo comune è rivoluzionare il *modo di "fare scuola" nei tempi, nello spazio, nella didattica.*

Sicuramente *Avanguardie educative* rappresenta un tentativo di riunire in modo organico le diverse *best practices* italiane nel campo dell'innovazione didattico-tecnologica.

Si spera che questo e altri contributi successivi possano contribuire a definire in modo ottimale le modalità di supporto alla didattica in matematica, proponendo percorsi concreti e metodologicamente fondati, utili a sviluppare contemporaneamente concetti matematici e competenze comunicative, affinché realmente la Matematica diventi un patrimonio di tutti.

Contributo degli Autori

Tutti gli autori hanno contribuito all'ideazione dello studio. Valentina Mastrogiacomo ha curato i primi quattro paragrafi. Erminia Paradiso ha curato i rimanenti due paragrafi, e tutti gli autori hanno contribuito alla scrittura del manoscritto.

Dichiarazione di conflitti di interesse

Gli autori dichiarano di non avere conflitti di interesse rispetto la paternità o la pubblicazione di questo articolo.

Deposito dei materiali dell'attività

Al seguente link sono depositati eventuali materiali inerenti questo l'articolo. Questi materiali nel tempo potranno essere modificati e arricchiti seguendo l'evoluzione delle idee sottostanti o/e future sperimentazioni svolte dall'autore dell'articolo.

http://www.edimast.it/J/20160201/02010210MA/

Bibliografia/Sitografia

Avanguardie educative. http://avanguardieeducative.indire.it/

Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. New York: Freeman.

Bezuk, N. S., Pothier, Y. M., & Cathcart, W. G. (2000). *Learning mathematics in elementary and middle schools.* Prentice Hall.

Brahim, N., Mohamed, B., Abdelwahed, N., Ahmed, L., Radouane, K., Khalid, S., & Mohammed, T. (2014). The use of the Internet in Moroccan high schools mathematics teaching: state and perspectives. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 116, 5175-5179.

Cedefop, (2004) http://europass.cedefop.europa.eu/it/education-and-training-glossary

D'Aprile, M. (2011). "Blended learning" per studenti universitari di Matematica. *TD Tecnologie Didattiche*, 19(3), 198-202.

Dalgarno, N., & Colgan, L. (2007). Supporting novice elementary mathematics teachers' induction in professional communities and providing innovative forms of pedagogical content knowledge development through information and communication technology. *Teaching and teacher education*, 23(7), 1051-1065.

Dale, E. (1946) *Audio-visual methods in teaching.* New York: The Dryden Press.

D'Amore, B. (1999b). *Elementi di didattica della matematica*. Edizioni Pitagora.

D'Amore, B., & Pinilla, M. I. F. (2007). *Le didattiche disciplinari*. Edizioni Erickson.

De Corte, E. (2000). Marrying theory building and the improvement of school practice: A permanent challenge for instructional psychology. *Learning and instruction*, 10(3), 249-266.

Dedò, M. (2012). Rigour in Communicating Maths: A Mathematical Feature or an Unnecessary Pedantry?. In *Raising Public Awareness of Mathematics* (pp. 339-358). Springer Berlin Heidelberg. Elementary and middle schools. (3th Ed.) River, N.J: Merrill/Prentice Hall.

Gordon, T., & Bruch, N. (1974). *Teacher effectiveness training*. New York: PH Wyden.

Gray, V. D. (2004). *The Language of Mathematics: A Functional Definition and the Development of an Instrument to Measure Teacher Perceived Self-efficacy*, Ph.D. diss., Oregon State University.

Halliday, M. A. (1993). Towards a language-based theory of learning. *Linguistics and education*, 5(2), 93-116.

Jamison, R. E. (2000). Learning the Language of Mathematics. *Language and Learning Across the Disciplines*. 4, 45-54.

Kabael, T. (2012). Graduate Student Middle School Mathematics Teachers' Communication Abilities in the Language of Mathematics. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 55, 809-815.

Khorasani, M. K. (2012). An online approach to teaching mathematic formula through introducing web-page links. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*,46, 3546-3550.

Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge University Press.

Lucangeli, D., Coi, G., & Bosco, P. (1997). Metacognitive awareness in good and poor math problem solvers. *Learning Disabilities Research & Practice,* 12, 219-244.

Ma, X. (1997). Reciprocal relationships between attitudes toward mathematics and achievement in mathematics. *Journal of Educational Research*, 90, 221–229.

Mevarech, Z. R., & Kramarsky, B. (1997). From verbal descriptions to graphic representations: Stability and change in students' alternative conceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 32(3), 229-263.

Piaget, J. (1926). *The Language and Thought of the Child*. New York: Harcourt Brace & Company.

Raccomandazione del Parlamento Europeo e del Consiglio, 18 dicembre 2006.

Rapporto Nazionale OCSE PISA 2012, a cura di INVALSI.

Rogers, C., & Farson, R. E. (1979). Active listening. *Organizational Psychology*, 168-180.

Scardamalia, M., & Bereiter, C. (1994). Computer support for knowledge-building communities. *The journal of the learning sciences*, 3(3), 265-283.

Schleppegrell, M. J. (2007). The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: A research review. *Reading & Writing Quarterly*, 23(2), 139-159.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic press.

Sfard, A. (2000). Symbolizing mathematical reality into being–or how mathematical discourse and mathematical objects create each other. *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools, and instructional design*, 37-98.

Sfard, A. (2009). *Psicologia del pensiero matematico. Il ruolo della comunicazione nello sviluppo cognitivo*, Edizioni Erickson, Trento.

Vygotskij, L. S. (1978). *Mind in society: the development of higher psychological process* (M. Cole, V John-Steiner, S. Scribner e E. Souberman, a cura di), Cambrigde, MA.

Tsuei, M. (2012). Using synchronous peer tutoring system to promote elementary students' learning in mathematics. *Computers & Education, 58(4),* 1171-1182.

Zan, R. (2007). *Difficoltà in matematica. Osservare, interpretare, intervenire.* Springer.

Zembat, I. O. (2008). Pre-service teachers' use of different types of mathematical reasoning in paper-and-pencil versus technology-supported environments. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 39(2), 143-160.

Gli Autori

Valentina Mastrogiacomo
Università degli Studi di Bari – Dipartimento di Scienze della Formazione, Psicologia, Comunicazione
Via Crisanzio, 42, 70122 Bari (BA)
vmastrogiacomo@libero.it
Italy

Psicologa specializzata in "Formazione e gestione delle risorse umane", sperimentazioni universitarie in "Valutazione dell'efficacia di proposte di training comunicativo e assertivo…" e in "Valutazione di attività formative e ambienti multimediali, psicologia dell'e-learning".

Erminia Paradiso
Affiliazione: Scuola L.S. "L. Da Vinci" Noci, comando USR Puglia - Bari
Indirizzo: Viale A. MORO, n.55 – 70011 ALBEROBELLO, Bari
E-mail: erminiaparadiso@gmail.com
Italy

Docente di Matematica del II ciclo, esperto senior di Matematica, di ICT e di Valutazione degli apprendimenti del MIUR, INDIRE, INVALSI.

Received February 28, 2016; *revised* March 18, 2016; *accepted* April 20, 2016; *published online* April 11, 2016