CHANGING TRIANGLE

Alfia Lucia Fazzino

Abstract. *The activity begins with the construction of a paper dynamic model where, from the movement of the point which is along the side of a rectangle, at regular intervals we can obtain a series of triangles. We can then make a classification of those triangles and observe two crucial conceptual cruxes: the variation of their area and perimeter. In fact, the area and the perimeter are two concepts that are often dealt with separately and in different moments and usually is the drawing that characterizes the study of geometrical figures. The staticity of the drawing nevertheless makes it easy to create misconceptions because it has the limit to make the student observe a single aspect and doesn't help him or her to recognize analogies and differences. These misconceptions can become obstacles to learning. This alternative route allows the construction of concepts through the use of a dynamic model that places the student at the center of his/her own learning through a direct exploration that consists of the perception of the elastic wire and in seeing the transformation of the figure. The activity can be proposed in the last year of elementary school and then reused to analyze and or deal with various aspects such as: classification of triangles, variations of areas and perimeters, functions and determinations of maximums and minimums. This allows the study of interesting geometric aspects and for this reason it can be used well in a situation in which a vertical curriculum is applied.*

Key words. *isoperimetry, equivalence, symmetry, maximum, minimum*

Sommario. *"Il giratriangolo". L'attività inizia con la costruzione di un modello dinamico fatto di cartoncino, dove dal movimento di un punto lungo il bordo di un rettangolo a intervalli regolari si ottiene una serie di triangoli. Di questi possiamo fare una classificazione e osservare come varia l'area e il perimetro, due nodi concettuali molto importanti. Infatti, area e perimetro sono due concetti che sono spesso affrontati separatamente e in momenti diversi e di solito è il disegno che caratterizza il loro studio nelle figure geometriche. La staticità di un disegno però facilità la creazione di misconcetti perché limita l'alunno a osservare un solo aspetto e non lo aiuta a riconoscere analogie e differenze; misconcetti che diventano dei veri e propri ostacoli all'apprendimento. Questo percorso permette di procedere alla costruzione di concetti con l'uso di un modello dinamico che mette l'alunno al centro del proprio apprendimento attraverso l'esplorazione diretta grazie alla percezione della tensione del filo elastico e alla trasformazione della figura. L'attività può essere proposta nell'ultimo anno dalla scuola primaria e poi ripresa per analizzare e/o affrontare vari aspetti quali: classificazioni dei triangoli, variazioni di aree e perimetri, funzioni e determinazioni di massimi e minimi. Questo permette di studiare interessanti aspetti geometrici e per questo motivo si colloca bene in una situazione di un curricolo verticale.*

Parole chiave. *isoperimetria, equivalenza, simmetria, massimi, minimi*

Introduzione

Partendo dalla costruzione di un modello dinamico, in cui si fa muovere un vertice del triangolo in filo elastico, ci si pongono diverse domande: quali e quanti triangoli si vedono? Cosa si può dire dell'area? E del perimetro?

Il percorso è laboratoriale e operativo; gli allievi, in ogni momento sono protagonisti e sono invitati a osservare, riflettere, argomentare, discutere, manipolare, trasformare perché il nucleo del lavoro è l'oggetto che i ragazzi hanno tra le mani.

Il modello, costruito dagli alunni con materiali facilmente reperibili, presenta una ricchezza di stimoli che rimanda inevitabilmente alla grande lezione di Emma Castelnuovo.

L’attività porta alla classificazione, al confronto dei perimetri e delle aree di triangoli che si ottengono prima attraverso l’osservazione e in seguito attraverso una rappresentazione grafica.

Permette di trattare il perimetro e l’area in modo dinamico che lo aiuta a guardare “oltre” facilitando l’analisi da diversi punti di vista e quindi permettendo di riconoscere analogie e differenze. Il lavoro è supportato da un “diario di bordo” (vedi Fig. 5) dove ciascun alunno riordina, quanto è condiviso in classe, una sorta di fil-rouge che dà loro la possibilità di riprendere la discussione anche a distanza di qualche giorno.

Destinatari

L’attività è stata svolta durante l’anno scolastico 2014-2015 in una classe seconda della secondaria di primo grado dell’Istituto Comprensivo 1 di Poggibonsi (SI) composta da 25 alunni; una classe eterogenea, abituata, sin dal primo anno, ad una metodologia di tipo laboratoriale e all’uso di modellini dinamici. Il percorso è stato svolto in cinque lezioni di due ore ciascuna durante la quale il docente ha lasciato agli alunni il tempo di fare scoperte e congetture, ha stimolato la discussione con domande cercando di fare emergere i dubbi e gli errori aiutando così ad argomentare in un ambiente ricco di spunti in cui si discute e si collabora.

Idea di partenza

L’idea di quest’attività nasce qualche anno fa e prende spunto da una vecchia dispensa della Mathesis di Pesaro. Decido di proporre il percorso in classe ma con l’uso di un modellino dinamico che costruisco e studio. L’anno scorso ho utilizzato l’attività in classe con l’obiettivo di ripassare i triangoli e di introdurre il concetto di figure isoperimetriche ed equivalenti. Visto il crescente entusiasmo degli alunni e le discussioni emerse durante il percorso, decido di andare oltre e di sfruttare tutte le potenzialità del modello introducendo le funzioni empiriche e i concetti di punto di massimo e di minimo.

Finalità

L’attività proposta ha le finalità di:

- Potenziare la motivazione degli allievi
- Stimolare l’apprendimento attivo
- Potenziare il problem solving
- Creare momenti di discussione e di confronto
- Collegare aspetti pratici con aspetti astratti
- Portare a un atteggiamento di scoperta e di ricerca per la matematica.

Obiettivi di apprendimento

- Riconoscere analogie e differenze
- Individuare regolarità nel fenomeno osservato
- Analizzare le congetture fatte e verificarne la validità riuscendo ad argomentare in modo adeguato
- Confrontare in modo critico e costruttivo strategie risolutive diverse
- Organizzare gradatamente ragionamenti complessi
- Esprimere congetture sulle osservazioni fatte e verificarle
- Effettuare controlli e verifiche per esprimere giudizi e valutazioni

- Usare il piano cartesiano per rappresentare funzioni empiriche e organizzare i procedimenti.

Prerequisiti

Per svolgere quest'attività gli alunni devono possedere semplici prerequisiti quali la conoscenza degli elementi caratteristici di un triangolo e sapere calcolare il perimetro e l'area (anche del solo rettangolo). È richiesta anche la conoscenza del piano cartesiano. Inoltre i ragazzi devono avere una certa dimestichezza nell'uso e nella costruzione di semplici modelli dinamici.

Contenuti

- Classificazione dei triangoli
- Perimetro e area dei triangoli
- Triangoli isoperimetrici ed equivalenti
- Simmetria
- Funzioni empiriche.

Descrizione dell'attività

Prima fase

Si costruisce il modellino (vedi Fig.1) con materiale povero: cartoncino, filo elastico, un foglio di quaderno e colla.

Su un cartoncino s'incolla un rettangolo di 10q x 6q , (q = lunghezza del lato di un quadretto) poi con un taglierino si tagliano tre lati di questo rettangolo e si ricava come dice un mio alunno " … una sorta di finestra …" Sul lato fisso (che è uno dei due più lunghi) si prendono 2 punti equidistanti 2q dagli estremi, da questi punti fissi con un ago si fa passare del filo elastico che, trattenuta dalla mano che simula un vertice, formerà i 2 lati di un triangolo che ha per base il segmento che unisce i 2 punti fissati.

Ogni alunno costruisce il proprio modello.

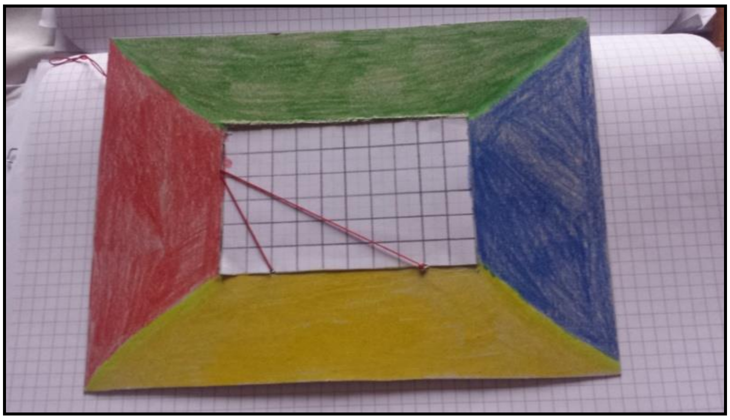


Fig.1 - Modellino

Gli alunni lavorano a piccoli gruppi (3 o 4).

Manipolando il modello si pone la prima domanda: muovendo il vertice libero quali e quanti triangoli vedete?

"*Tanti: sono triangoli isosceli, scaleni, ottusangoli, rettangoli isosceli…*"

Dopo aver lasciato il tempo sufficiente per riflettere sul modello invito ogni gruppo a spiegare agli altri quanto osservato per arrivare a una condivisione generale Nella classe c'è uno scambio d'idee, ognuno ascolta l'altro, si accetta il parere dei compagni, si cambia idea, si arriva a una condivisione e l'errore di uno diventa punto di riflessione per altri. È questa la potenzialità del laboratorio: il momento in cui la classe è soggetto di aiuto reciproco e di confronto. Qualche gruppo parla di simmetria affermando che le figure che si vedono a destra del modello, rispetto al triangolo centrale, sono "uguali" a quelle di sinistra.

Altri invece si soffermano sui vari tipi di triangoli e fanno solo cenno alla simmetria.

L'osservazione della simmetria in movimento è molto importante: vedere cosa succede quando il punto si muove da un estremo all'altro del rettangolo e cosa produce è un passo interessante dell'attività perché in seguito, attraverso i grafici, i ragazzi capiranno cosa determina tale simmetria che per il momento è solo osservata.

Dal continuo al discreto

Chiedo di disegnare tutti i triangoli che ottengono facendo muovere il vertice ogni volta di un quadretto. Il passaggio dal modello al disegno serve per visualizzare i vari tipi di triangoli ed avere una quadro completo del movimento. Inoltre permette di fare una classificazione dei triangoli sia rispetto ai lati che rispetto agli angoli.

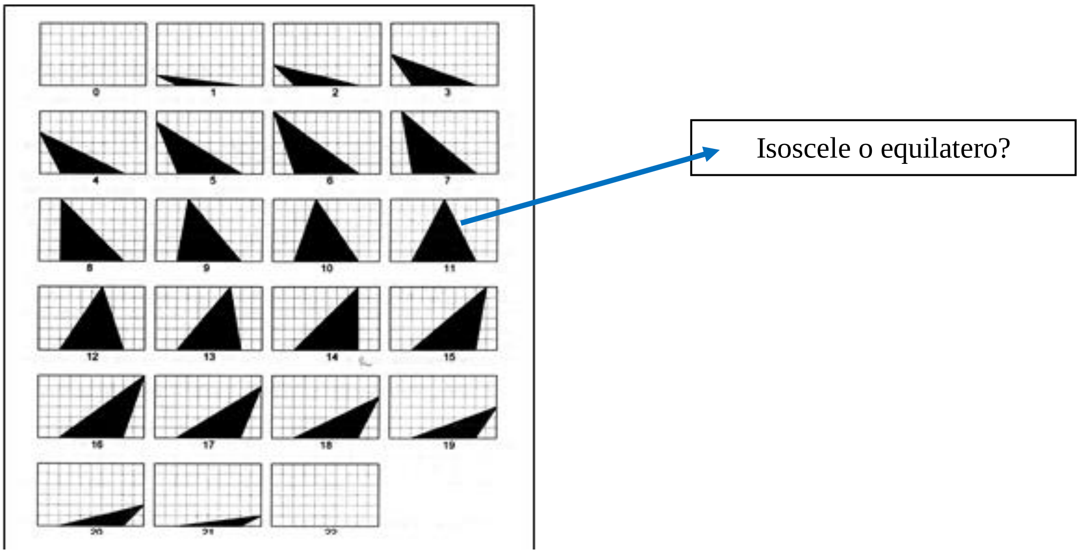


Fig. 2 – Triangoli ottenuti facendo muovere il vertice ogni volta di un quadretto

… quanti ne dobbiamo disegnare? - La domanda nasce, forse, perché preoccupati dal numero dei triangoli che hanno osservato; qualcuno fa notare che il vertice si muove ogni volta di un quadretto quindi non saranno tanti. Per uniformare la discussione decidono di numerare le varie figure. Alla fine del lavoro qualcuno afferma … sono 21 … Nooo !!!.. sono 23… Come? Perché? ... Emerge una prima difficoltà, infatti, qualche gruppo ha disegnato solo 21 figure perché non ha considerato nel disegno i casi limiti che invece avevano osservato subito nel modello dinamico. È proprio il movimento che li porta a cogliere questi casi che hanno chiamato triangoli degeneri. In realtà nell'anno precedente i ragazzi hanno avuto l'opportunità di riflettere sul caso limite e proprio sulla base di quanto fatto a suo tempo e con una ulteriore osservazione del modello che stanno manipolando, la difficoltà è rapidamente superata. Si concorda che la figura iniziale (caso limite) venga indicata come in figura (vedi Fig.0) perché viene prima di tutte quelle che hanno già disegnato.

Sono tutti?

Da una prima discussione emerge che nel disegno non ci sono tutti i tipi di triangolo quindi si può fare riflettere su quale triangolo manca. Subito individuano come non presenti l’ottusangolo isoscele e il rettangolo scaleno; allora chiedo ai ragazzi in quale posizione dovrebbero trovarsi.

Si torna a manipolare il modellino ed è il movimento che porta i ragazzi a vedere il primo tra le figure 5-6 o tra le figure 16-17 e nel contempo ad affermare che il secondo non c’è.

Nasce un altro dubbio: tra quelli disegnati, il triangolo centrale è isoscele o equilatero? L’equilatero c’è oppure no? (vedi Fig.2)
Questa domanda, posta da un alunno, porta ad un bel dibattito. In realtà il triangolo equilatero non c’è ma in tanti scambiano il triangolo nella posizione 11 (che un realtà è un isoscele con un la base uguale all’altezza), con l’equilatero si lasciano attirare dalla “forma” e dunque non si pongono il problema, sbagliando.

Per superare l’ostacolo decido di realizzare in grande la “finestra” del numero 11. Per fortuna abbiamo le mattonelle quadrate in aula per cui con un pò di scotch ricostruiamo sul pavimento il triangolo che si sta osservando. (vedi Fig.3) Prendiamo uno spago lungo come uno dei lati fissato solo al vertice. Muovendo lo spago verso l’altezza osservano che il lato e più lungo dell’altezza (vedi Fig.4) e di conseguenza della base (che è della stessa lunghezza) perché … *ne avanza un pochino!* … quindi si giunge alla condivisione che il triangolo osservato è isoscele.

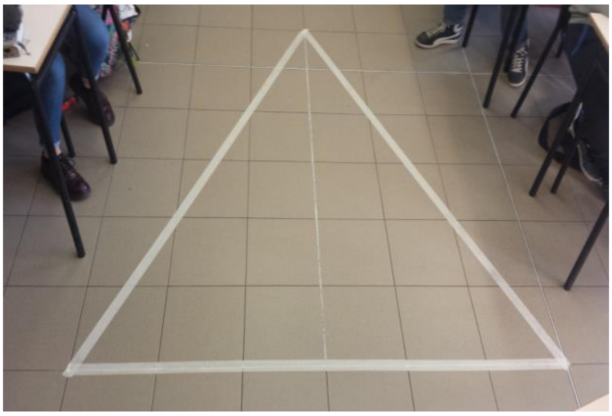


Fig. 3 – Triangolo riportato sul pavimento

Fig. 4 – Confronto tra lato obliquo e altezza

Dai loro quaderni

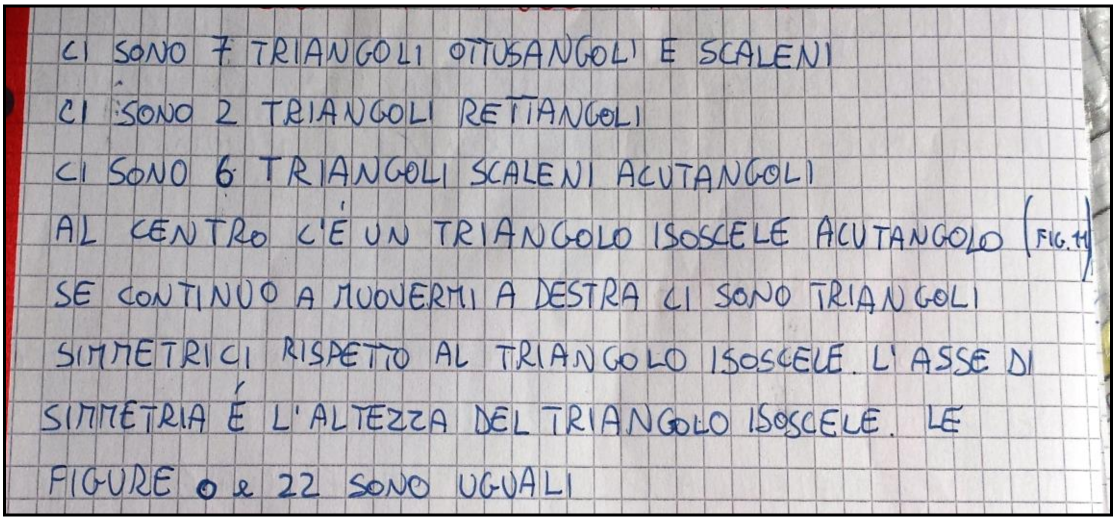

CI SONO 7 TRIANGOLI OTTUSANGOLI E SCALENI
CI SONO 2 TRIANGOLI RETTANGOLI
CI SONO 6 TRIANGOLI SCALENI ACUTANGOLI
AL CENTRO C'È UN TRIANGOLO ISOSCELE ACUTANGOLO (FIG.11)
SE CONTINUO A MUOVERMI A DESTRA CI SONO TRIANGOLI
SIMMETRICI RISPETTO AL TRIANGOLO ISOSCELE. L'ASSE DI
SIMMETRIA È L'ALTEZZA DEL TRIANGOLO ISOSCELE. LE
FIGURE 0 e 22 SONO UGUALI

Fig.5 –Osservazioni scritte

Come colorare?

Si decide di colorare i triangoli quindi di utilizzare il "colore" come mezzo per visualizzare meglio la classificazione esplorata (vedi Fig.4). Quasi tutti colorano i triangoli a coppie simmetriche e visualizzano bene il triangolo centrale colorandolo diverso da tutti gli altri. Attraverso il colore i ragazzi hanno messo in evidenza ancora una volta la simmetria nel movimento e che il triangolo centrale fa da elemento separatore tra le coppie di triangoli simmetrici.

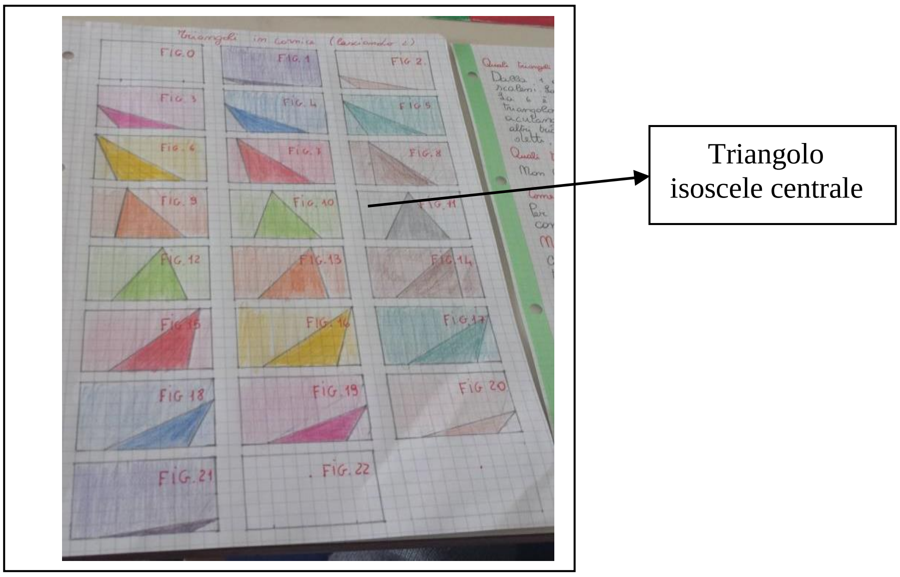


Fig.5 – I triangoli colorati

Ricamiamo la simmetria in movimento

La proposta viene dagli stessi alunni osservando il disegno di una compagna. Ricordano che l'anno precedente abbiamo cercato la simmetria nei pizzi e nei ricami delle nonne "… *proviamo a creare anche noi un lavoro simmetrico con i fili colorati…*". L'idea non dispiace e si decide di provare. Il

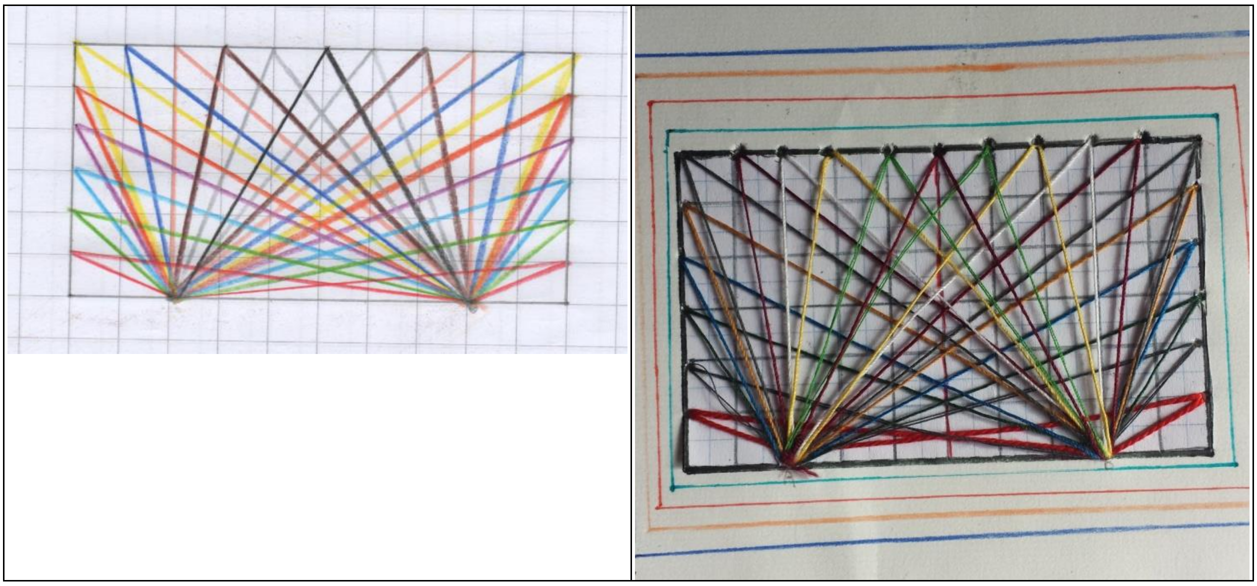


Fig. 6 – I fili colorati evidenziano la simmetria

lavoro entusiasma tutti ma si presenta un problema “come fare a ricamare i triangoli simmetrici con lo stesso filo senza tagliarlo? …” (vedi Fig.6). I ragazzi discutono la soluzione più conveniente e logica, alla fine ogni gruppo decide come procedere. Condividono i fili, si consigliano nella scelta dei colori, si aiutano a vicenda nel lavoro. È stato indimenticabile e divertente anche per me che alla fine ero soddisfatta dei “ricami” degli alunni che rendono evidente, con i colori, le coppie di triangoli simmetrici.

Seconda fase

Cosa possiamo dire del perimetro e dell’area di questi triangoli?

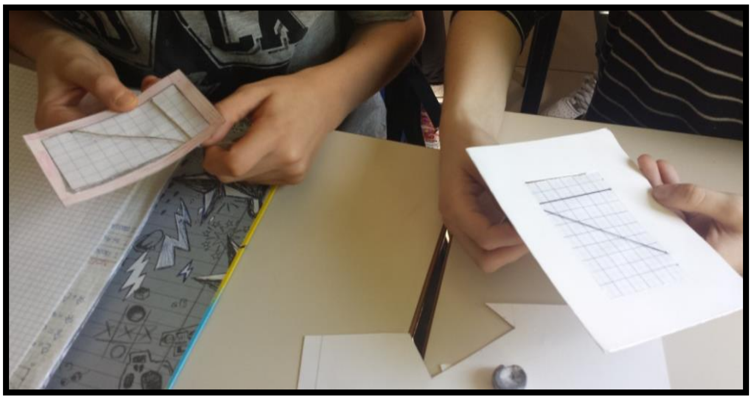


Fig.7 – Uso del modellino

L’attenzione dei ragazzi è rivolta alla tensione del filo elastico ed è proprio quella che permette loro di capire che il perimetro varia ma anche l’area dato che anche se la base è fissa, l’altezza aumenta. (vedi Fig.7) Inoltre manipolando il modellino ed esaminando il caso limite (quando il vertice coincide con uno dei vertici in basso del rettangolo) resta difficile per i ragazzi parlare di perimetro mentre con semplicità parlano di area nulla: *“se non c’è l’area, non c’è il triangolo!”*

Riflettendo e manipolando, in particolare osservando bene il filo poco prima che si arrivi al caso limite, si vede che il triangolo esiste ed il suo perimetro è uguale a due segmenti sovrapposti di cui uno è il lato obliquo e l'altro è composto da due segmenti adiacenti che sono un lato del triangolo e la sua base. (vedi Fig.8)

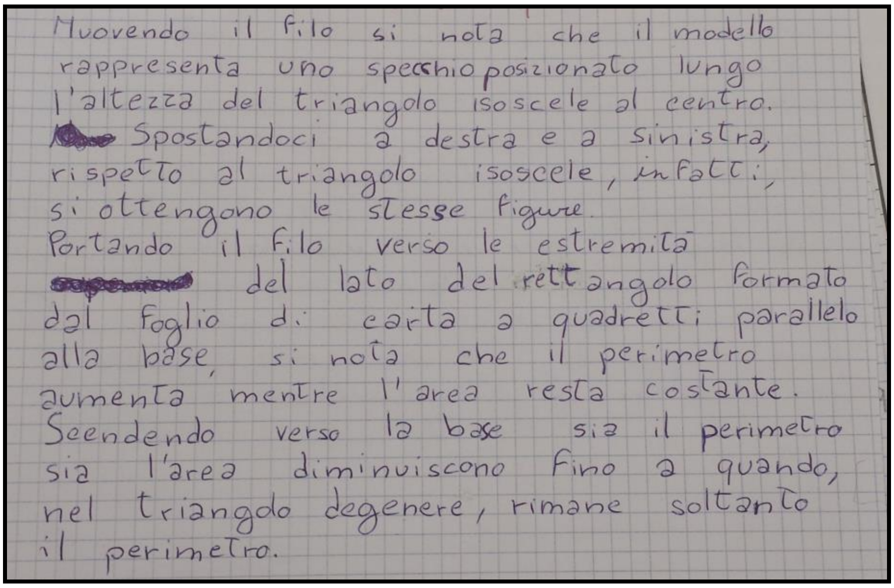

Muovendo il filo si nota che il modello rappresenta uno specchio posizionato lungo l'altezza del triangolo isoscele al centro. Spostandoci a destra e a sinistra, rispetto al triangolo isoscele, infatti, si ottengono le stesse figure. Portando il filo verso le estremità del lato del rettangolo formato dal foglio di carta a quadretti parallelo alla base, si nota che il perimetro aumenta mentre l'area resta costante. Scendendo verso la base sia il perimetro sia l'area diminuiscono fino a quando, nel triangolo degenere, rimane soltanto il perimetro.

Fig.8 – Diario di bordo

A questo punto decidiamo di esaminare l'area dei triangoli.

Come varia l'area?

Il modello permette di fare delle congetture e i ragazzi concordano sul fatto che sicuramente l'area cresce e che ci sarà un valore massimo. In realtà ci sono diversi triangoli che hanno la stessa area con valore massimo perché hanno l'altezza e la base uguale. Per confermare quanto detto si calcola l'area delle figure disegnate, si mettono i risultati in tabella (vedi Fig.9) e si fa il grafico sul quaderno (vedi Fig.10) o su carta millimetrata. L'unità di misura del grafico è il quadretto del quaderno.

Interessante è stato osservare che pur potendo calcolare l'area per differenza, la maggior parte degli alunni applica la formula e pertanto vanno alla ricerca dell'altezza ma trovarla non è stato facile per tutti. Infatti, disegnare l'altezza di un triangolo è uno scoglio forte, perché gli alunni generalmente cercano un'altezza interna al triangolo, e anche in questo caso alcuni non si sono smentiti, vanno alla ricerca di quest'altezza senza rendersi conto che in quasi tutti i triangoli che stanno esaminando l'altezza è esterna. Quindi l'attività mi ha permesso di riprendere l'argomento e di approfondirlo attraverso una ulteriore analisi del modellino e una interessante discussione in classe.

fig	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
B	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
H	0	1	2	3	4	5	6	6	6	6	6	6
A	0	3	6	9	12	15	18	18	18	18	18	18

SIMMETRICI SONO EQUIVALENTI

Fig.9 – Tabella dei valori dell'area

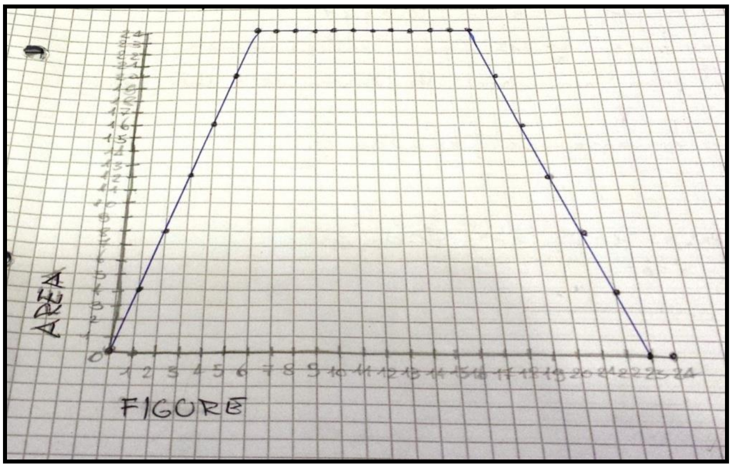


Fig.10 – Grafico dell’area

Nel grafico i ragazzi uniscono i punti, anche se siamo nel discreto, sanno che le figure non sono solo quelle disegnate ma “molte di più” perchè in realtà con il modello non muovono il filo a scatti ma con continuità e quindi da un punto all’altro ci sono, “tanti punti” che sono i vertici di quei triangoli che hanno potuto osservare nel movimento. (vedi Fig.11).

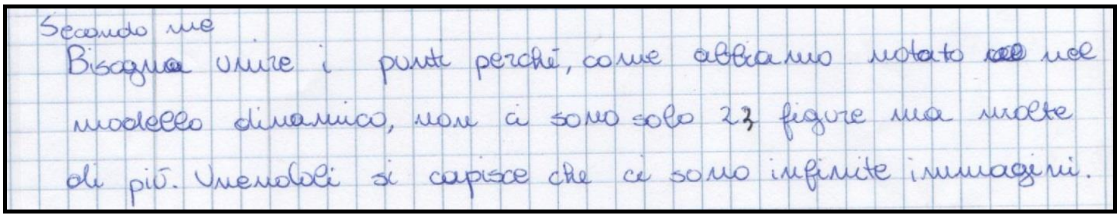


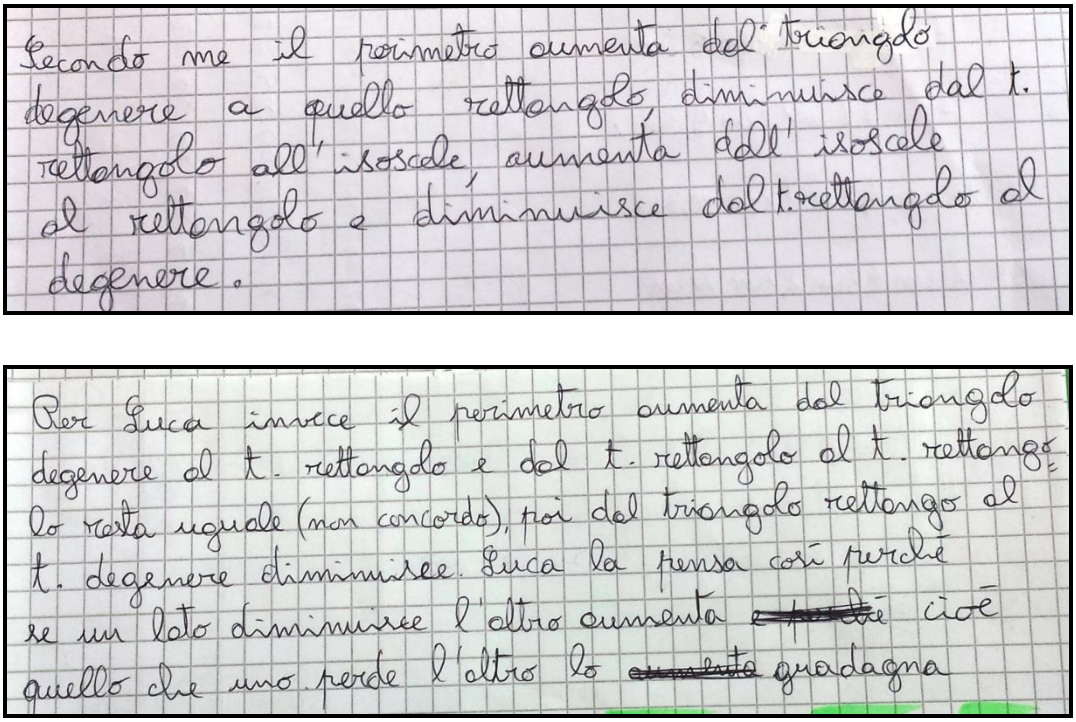
Fig.11 – osservazione dei ragazzi

Il grafico ottenuto conferma le loro ipotesi, ma soprattutto i ragazzi “vedono” la simmetria, anche nel grafico e deducono, inoltre, che l’area non ha un solo punto di massimo ma che “*i triangoli che hanno la stessa area, nel grafico hanno formato un tratto orizzontale*”.

L’attività aiuta molto gli alunni a leggere e a interpretare un grafico facilmente e in modo corretto.

Come varia il perimetro?

La maggior parte dei ragazzi manipolando il modellino, ipotizza che il perimetro aumenti a partire dal caso limite … *lo vedo …e…lo sento dalla tensione del filo* … per raggiungere un valore massimo e poi diminuire fino al triangolo centrale per poi tornare a crescere e a diminuire simmetricamente. La simmetria in movimento permette ai ragazzi di congetturare in modo corretto sulla variazione del perimetro. Qualcuno però non condivide questa ipotesi perché è convinto che nel movimento sul lato parallelo alla base il perimetro rimanga costante come succede all’area in quanto “*ciò che perde un lato lo guadagna l’altro”.* Ecco cosa scrivono (vedi Fig.12).

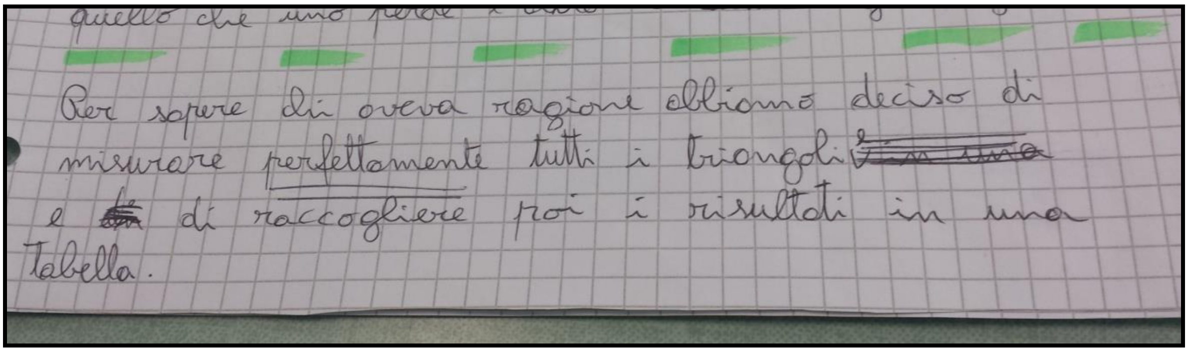


Secondo me il perimetro aumenta dal triangolo degenere a quello rettangolo, diminuisce dal t. rettangolo all'isoscele, aumenta dall'isoscele al rettangolo e diminuisce dal t.rettangolo al degenere.

Per Luca invece il perimetro aumenta dal triangolo degenere al t. rettangolo e dal t. rettangolo al t. rettangolo resta uguale (non concordo), poi dal triangolo rettango al t. degenere diminuisce. Luca la pensa così perché se un lato diminuisce l'altro aumenta ~~e perde~~ cioè quello che uno perde l'altro lo ~~aumenta~~ guadagna

Fig.12- I dubbi

Emerge così il misconcetto "*i triangoli che hanno la stessa area hanno anche lo stesso perimetro*". Nasce una discussione animata e alla fine per verificare le loro ipotesi decidono di calcolare il perimetro dei triangoli misurando i lati "*perfettamente".* (vedi Fig.13)



Per sapere chi aveva ragione abbiamo deciso di misurare perfettamente tutti i triangoli e di raccogliere poi i risultati in una Tabella.

Fig. 13 – La decisione

Cominciano a fare misure, a riportare i risultati nella tabella e costruiscono un grafico. Nonostante le misure diverse dei quadretti dei loro quaderni e gli errori fatti nel misurare, molti grafici confermavano l'ipotesi iniziale della maggioranza.

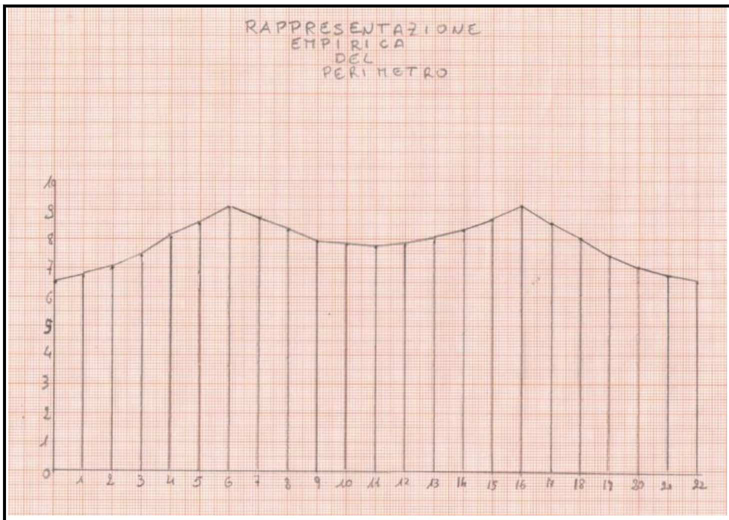


FIG	L1	L2	L3	P
0	2,5	0,8	3,2	6,5
1	2,5	0,9	3,3	6,7
2	2,5	1,1	3,4	7
3	2,5	1,4	3,5	7,4
4	2,5	1,9	3,6	8
5	2,5	2,2	3,8	8,5
6	2,5	2,5	4,1	9,1
7	2,5	2,4	3,8	8,7
8	2,5	2,4	3,4	8,3
9	2,5	2,4	3,0	7,9
10	2,5	2,4	2,9	7,8
11	2,5	2,6	2,6	7,7

Fig. 14 – Grafico ottenuto misurando i lati

Lascio i ragazzi liberi di misurare e fare i loro grafici ma decido di riprendere l’attività, dopo aver esaminato il Teorema di Pitagora. La decisione nasce per due motivi: primo perché è un buon campo di allenamento in questo senso; secondo per riflettere ancora una volta sugli errori della misura che, anche se fatta “perfettamente” come avevano affermato, non era poi così perfetta!

Inoltre l’uso del teorema porterà all’esigenza di approssimare il valore della radice quadrata quindi l’attività permetterà ai ragazzi di riflettere sull’argomento su cui lavoreranno in seguito.

Come previsto, riprendo il lavoro al momento opportuno, e determiniamo la misura dei lati utilizzando il teorema di Pitagora per calcolare il perimetro.

Fatti i calcoli, si scrive la tabella dei valori e si disegna il grafico (vedi Fig.14 e Fig.15).

I ragazzi si rendono conto che è diverso, anche se non di molto, da quello che avevano disegnato in precedenza e prendono ulteriore coscienza degli errori che può determinare la misura.

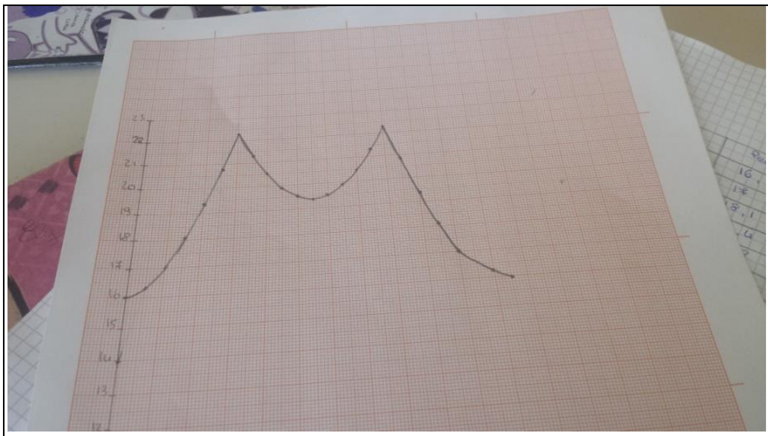


Figura	CA	CB	P.
1	2,2	8,1	16,3
2	2,8	8,2	17
3	3,6	8,5	18,1
4	4,5	8,9	19,4
5	5,4	9,3	20,8
6	6,3	10	22,3
7	6,1	9,2	21,3
8	8,5	8,5	20,5
9	7,8	6,1	19,9
10	7,2	6,3	19,5
11	6,7	6,7	19,4

Fig. 15 – Grafico ottenuto applicando il Teorema di Pitagora

Leggendo il grafico, gli alunni vedono chiaramente i due punti di valore massimo simmetrici e la conferma, per molti di loro, che il triangolo isoscele centrale ha il perimetro minimo. Si deduce, inoltre, che tutti i triangoli equivalenti, aventi la stessa base e la stessa altezza, non hanno lo stesso perimetro e tra questi il triangolo isoscele ha il perimetro minimo.

Punti di forza

Il più importante punto di forza del percorso è la dinamicità del modello che permette agli alunni di essere al centro del proprio apprendimento attraverso la manipolazione e l'esplorazione diretta. Il toccare con le mani, vedere il trasformarsi della figura, sentire la tensione del filo elastico, tutto ciò porta alla luce proprietà e relazioni, analogie e differenze.

Un altro punto di forza è l'uso del modello concreto per lo sviluppo di concetti astratti che conferma l'importanza di un apprendimento attraverso il fare.

Punti di debolezza

L'attività non ha particolari punti di debolezza.

La costruzione del modellino ha creato difficoltà solo ad un alunno che, essendo ripetente e proveniente da un'altra classe, non era abituato a lavorare con materiale concreto. Inoltre se qualche alunno si assenta, è necessario farlo recuperare, perché non può seguire la fase successiva se non recupera in classe con il docente o con un compagno tutor. Questo significa che l'attività può subire dei momenti di arresto e quindi non rispettare i tempi programmati.

Risultati positivi dal punto di vista cognitivo

Tutti gli alunni sono riusciti ad ottenere risultati positivi sugli argomenti trattati nell'attività.

Risultati positivi dal punto di vista motivazionali

Il cooperative learning è stato l'aspetto vincente dell'attività. La partecipazione è stata attiva e molto coinvolgente. Durante l'attività il clima di collaborazione e di condivisione che si è creato tra i ragazzi è stato davvero importante; ognuno poteva esprimere le proprie idee, condividere quelle degli altri e accettare anche l'errore. Spesso si aiutavano nella spiegazione o nella rielaborazione. Anche l'alunna diversamente abile ha preso parte attiva al lavoro.

Difficoltà cognitive

Le difficoltà emerse sono state la ricerca dell'altezza del triangolo e quella di aver scambiato il triangolo isoscele, con la base uguale all'altezza, con un triangolo equilatero.

Superamento delle difficoltà

La prima è stata superata tornando a riflettere sul concetto di altezza e manipolando e osservando il modellino.

Per superare la seconda ho disegnato il triangolo con dello scotch sul pavimento dell'aula e ho fatto confrontare, usando uno spago, la lunghezza di un lato con l'altezza, la cui misura era uguale alla base. In questo modo i ragazzi hanno potuto vedere che effettivamente il lato è più lungo dell'altezza e quindi anche della base pertanto il triangolo è equilatero.

Difficoltà dal punto di vista emozionali

Non ci sono state difficoltà emozionali perché tutti erano contenti e felici di lavorare.

Difficoltà dal punto di vista organizzativo

Non ci è stata alcuna difficoltà dal punto di vista organizzativo perché tutto si è svolto in classe spostando i banchi per formare isole di lavoro.

Conclusione

L'esperienza ha permesso di raggiungere un equilibrio fra aspetti empirici e organizzazione razionale del sapere geometrico. Ha permesso a me docente di riflettere, ulteriormente, sull'importanza del modello concreto per lo sviluppo di concetti astratti ed ha confermato l'importanza di un apprendimento attraverso il "*fare*" un processo attivo di creazione delle conoscenze che educa alla manualità e migliora le capacità espressive. Il cooperative learning è stata un'altra componente vincente dell'attività. Durante il percorso ci sono stati momenti:

- di riflessione sulle diverse situazioni problematiche che sono emerse;
- altri che ci hanno permesso di ritornare indietro per discutere su aspetti non considerati prima e di formalizzare i concetti matematici coinvolti.

La discussione ha avuto un ruolo efficace per l'alunno ed è stato importante per l'apprendimento durante il quale l'insegnante ha fatto emergere le difficoltà ed evidenziato le opinioni più significative anche se sbagliate.

È stato fondamentale il clima di collaborazione e di condivisione che si è creato tra i ragazzi, in cui ognuno poteva esprimere le proprie idee, condividere quelle degli altri ed accettare anche l'errore, poiché vissuto come momento di discussione e di crescita e ha permesso al docente di indirizzare l'azione didattica.

L'attività ha portato alla luce nodi concettuali non chiari e, nello stesso tempo, ha fatto emergere nuove domande.

Il percorso si presta bene a essere svolto in piccoli gruppi eterogenei. Si potrebbe svolgere anche con l'uso delle nuove tecnologie, che devono essere consequenziali e non sostituire completamente il modello dinamico poiché si perderebbe la concretezza della dinamicità che permette all'alunno, di essere davvero protagonista del proprio apprendimento attraverso l'esplorazione diretta: toccare, percepire la tensione del filo elastico e vedere la trasformazione della figura spostano il focus dal prodotto al processo.

Dichiarazione di conflitti di interesse

Gli autori dichiarano di non avere conflitti di interesse rispetto la paternità o la pubblicazione di questo articolo.

Deposito dei materiali dell'attività

Al seguente link sono depositati eventuali materiali inerenti questo articolo. Questi materiali nel tempo potranno essere modificati e arricchiti seguendo l'evoluzione delle idee sottostanti o/e future sperimentazioni svolte dall'autore dell'articolo.

http://www.edimast.it/J/20150102/01490162FA/

Bibliografia

A. Maria Damiani, A. Maria Facenda, Paola Fulgenzi, Giuseppina Gattoni, Franca Masi, Janna Nardi, Floriana Paternoster -Sezione Mathesis – Pesaro Marzo 2000 Geometria Con i Cartoni Animati (pp. 2-5)

Alfia Lucia Fazzino
Istituto Comprensivo 1 Poggibonsi - Scuola secondaria di primo grado "Plesso Marmocchi"
Viale Garibaldi, 30/32 53036 Poggibonsi (SI)
magumi@alice.it
Italy

Professoressa a tempo indeterminato di Matematica
Docente formatore in didattica della matematica. Appassionata di Problem-solving e di comunicazione didattica. S'interessa di formazione dei docenti.
Svolge da diversi anni attività di ricerca azione per il Rally Matematico Transalpino.
Coautrice di diverse pubblicazioni su esperienze didattiche

Received November 12, 2015; *revised* December 10, 2015; *accepted* December 29, 2015; *published online* January 16, 2016